Blatt 00: Ableiten und Integrieren

Lösung Beispielaufgabe 1: Ableitungen von Polynomen [1]

(a) $f'(x) = 9x^2 + 2,\qquad f''(x) = 18x.$

(b) $f'(x) = 4x^3 - 4x,\qquad f''(x) = 12x^2 - 4.$

Lösung Beispielaufgabe 2: Ableitungen von Potenzen, Sinus und Cosinus: Produktregel und Kettenregel [1]

Wir verwenden $\sin' x = \cos x$, $\cos' x = -\sin x$, sowie die Produkt- und Kettenregel, und erhalten:

(a) $f'(x) = \sin x + x\cos x$

(b) $f'(x) = -\sin\big[\pi(x^2+x)\big]\pi(2x+1)$

(c) $f'(x) = \dfrac{2x}{(7-x^2)^2}$

(d) $f'(x) = \dfrac{1}{x+1} - \dfrac{x-1}{(x+1)^2} = \dfrac{2}{(x+1)^2}$

Lösung Beispielaufgabe 3: Ableitungen: Produktregel und Kettenregel [2]

(a) $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{2x^3}}$

(b) $f'(x) = \dfrac{1}{2}\dfrac{1}{x^{1/2}(x+1)^{1/2}} - \dfrac{1}{2}\dfrac{x^{1/2}}{(x+1)^{3/2}} = \dfrac{1}{2}\dfrac{1}{x^{1/2}(x+1)^{3/2}}$

(c) $f'(x) = \mathrm{e}^x(2x-1)$

(d) $f'(x) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\mathrm{e}^{\ln 3^x} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\mathrm{e}^{x\ln 3} = \mathrm{e}^{x\ln 3}\ln 3 = 3^x \ln 3$

(e) $f'(x) = \ln x + \dfrac{x}{x} = \ln x + 1$

(f) $f'(x) = \ln(9x^2) + x\frac{1}{9x^2}18x = \ln(9x^2) + 2$

Lösung Beispielaufgabe 4: Einfache Integrale [1]

(a) $I(x) = \displaystyle\int_1^x \mathrm{d}y(2y^3 - 2y + 3) = \Big[\tfrac{1}{2}y^4 - y^2 + 3y\Big]_1^x = \boxed{\tfrac{1}{2}x^4 - x^2 + 3x - \tfrac{5}{2}}.$

(b) $I(x) = \displaystyle\int_0^x \mathrm{d}y\,\mathrm{e}^{3y} = \Big[\tfrac{1}{3}\mathrm{e}^{3y}\Big]_1^x = \boxed{\tfrac{1}{3}(\mathrm{e}^{3x} - 1)}.$

[Gesamtpunktzahl Beispielaufgaben: 5]