R: Rechenmethoden, WiSe2024/25 (Dozent: Jan von Delft)

Letzte Aktualisierung: 29/09/24 09:46

Vorl. & Zentral-Übung	Mo+Mi Do	Thema (mit * gekennzeichnete Themen sind für Lehramt Gymnasium und Nebenfächler nicht prüfungsrelevant; Themen mit ** sind optional) Angaben wie L1, C2, V3 beziehen sich auf Kapitel des Altland-Delft-Buchs.
v00	09.10.24	**O-Phase: Wozu Rechenmethoden?**
ü00	09.10.24	Ableitung und Integration (partiell und durch Substitution) [keine Abgabe]
v01	14.10.24	**Mathematische Grundbegriffe (L1) (L = Lineare Algebra)** L1.1 Mengen, Abbildungen. L1.2 Gruppen. L1.3 Körper, komplexe Zahlen
v02	16.10.24	**Differenzieren & Integrieren (C1, C2) (C = Calculus)** C1.1 Differenzieren: Geometrische Interpretation, formale Definition. C1.2 Rechenregeln. C1.3 Ableitungen wichtier Funktionen. C2.1 Grundidee der Integration. C2.2 1-dimensionale Integration. Hauptsatz der Diff.- und Integralrechnung. C2.3 Partielle Integration, Substitution.
zü01 Abgabe:	17.10.24 24.10.24	Mathematische Grundlagen: Ableiten und Integrieren, komplexe Zahlen, Gruppe.
v03	21.10.24	**Vektorraum (L2)** L2.1 Motivation. Standard-Vektorraum R^n. L2.2 Allgemeine Definition. L2.3 Beipiele: Euklidischer Raum. Funktionenraum. L2.4 Basis und Dimension. Span, lineare Unabhängigkeit, Vollständigkeit. Einsteinsche Summenkonvention. Standardbasis in R^n. L2.5 Bezug zwischen allgemeinem n-dim Vektorraum und R^n.
v04	23.10.24	**EuklidischeGeometrie (L3)** L3.1 Skalarprodukt in R^n. L3.2 Norm, Orthogonalität. Cauchy-Schwarz-Ungleichung. Winkel zwischen Vektoren. Gram-Schmidt-Verfahren. L3.3 Innere Produkträume. Metrik, inverse Metrik, ko- und kontravariante Basis.
zü02 Abgabe:	24.10.24 31.10.24	Vektorraum, Basis eines Vektorraums, Skalarprodukt und Vektorprodukt, Gram-Schmidt Orthogonalisierung, inneres Produkt, Metrik.
v05	28.10.24	**Vektorprodukt (L4)** L4.1 Geometrische Definition. L4.2 Algebraische Definition. Levi-Civita-Symbol, Kontraktions-Identität. L4.3 Allgemeine Eigenschaften, Grassmann-Identität, Spatprodukt.
v06	30.10.24 statt ZÜ	**Raumkurven, Linienintegral (V1) (V = Vektoranalysis)** V1 .1 Definition einer Kurve. Parametrisierungen. V1.2 Kurvengeschwindigkeit. V1.3 Länge einer Kurve. Bogenlänge, natürliche Parametrisierung. V1.4Linienintegral.
zü03 Abgabe:	31.10.24 07.11.24	Vektorprodukt, Wegparametrisierung, Linienintegrale.
	01.11.24	**Allerheiligen**
v07	04.11.24	**Partielle Ableitung; Mehrdimensionale Integration, kartesisch (C3,C4)** C3 Partielle Ableitungen, Satz von Schwarz. C4.1 Kartesische Integrale in 2 und 3 Dimensionen: Satz von Fubini, variable Integrationsgrenzen, Anwendung: Kreisfläche.
v08	06.11.24	**Krummlinige Koordinaten (V2)** V2.1 Polarkoordinaten in der Ebene. V2.2 Koordinatenbasis, lokale Metrik, lokale Basis. Kurvengeschwindigkeit und Beschleunigung; Linienintegral in Polarkoordinaten. V2.3 Zylinderkoordinaten, Kugelkoordinaten. V2.4 Allgemeine
zü04 Abgabe:	07.11.24 14.11.24	Partielle Ableitungen. Flächenintegration. Krummlinige Koordinaten, Linienintegrale in krummlinigen Koordinaten.
v09	11.11.24	**Integration mit krummlinigen Koordinaten (C4)** C4.2 2-dimensionale Flächenintegral mit Polarkoordinaten, Kreisfläche. C4.3 3-dimensionale Volumenintegral; Volumen, Trägheitsmoment von Zylinder und Kugel. C4.4 2-dimensionale Flächenintegrale in 3 Dimensionen (gekrümmte Flächen).
v10	13.11.24	**Skalarfelder (V3)** V3.1 Definition von Feldern. V3.2 Skalarfeld, Höhenlinien, totales Differential, Gradient, Nabla-Operator. Gradient in krummlinigen Koordinaten.
zü05 Abgabe:	14.11.24 21.11.24	Flächen- und Volumenintegration in krummlinigen Koordinaten. Totales Differential, Gradient.

v11	18.11.24	**Vektorfelder: Gradientenfeld (V3)** V3.4 Gradientenfeld: Wegunabhängigkeit für Linienintegral v. Gradientenfeld, konservatives Kraftfeld. Divergenz, Rotation, Laplace-Operator.
v12	20.11.24	**Matrizen I: Lineare Abbildungen, Matrixmultiplikation (L5)** L5.1 Lineare Abbildungen. L5.2 Matrizen. L5.3 Verkettung v. linearen Abbildungen, Matrixmultiplikation.
zü06 Abgabe:	21.11.24 28.11.24	Wegunabhaengigkeit des Linienintegrals eines Gradientenfeldes, Gradient, Divergenz, Rotation, Matrixmultiplikation.
v13	25.11.24.	**Matrizen II: Inverse, Basistransformation (L5)** L5.4 Inverse einer Matrix, Lösung v. linearem Gleichung-system mit Gauss-Algorithmus. L5.5 Allgemeine lineare Abbildungen und Matrizen. L5.6 Basis-
v14	27.11.24	**Matrizen III: Determinante (L6)** L5.4 Kriterien für Invertierbarkeit einer Matrix. L6.1 Determinanten - Definition. L6.2 Laplace-Regel. C4.5 Einschub: allgemeine Koordinatentransformationen in 2D, 3D, nD; Jakobi-Determinante, Funktionaldeterminante. L6.3 Eigenschaften von
zü07 Abgabe:	28.11.24 05.12.24	Gaussalgorithmus, inverse Matrix, Basistransformation, Determinanten.
v15	02.12.24	**Matrizen IV: Diagonalisierung (L7)** L7.1 Eigenwerte, Eigenvektoren. L7.2 Charakteristisches Polynom. L7.3 Diagonalisierung einer Matrix.
v16	04.12.24	**Matrizen V: orthogonale, unitär, symmetrisch, hermitesch (L8)** L3.4 Komplexes Skalarprodukt. L8.1 Unitäre und orthogonale Matrizen: reelles, komplexes Skalarprodukt, Invarianz der Skalarprodukte. L8.2 Hermitesche und symmetrische Matrizen; deren Diagonalisierung. **Matrizen VI (L) [optionaler Stoff von 2011]** Anwendungen von Diagonalisierung: Hauptachsentransf., verallgemeinertes Eigenwertproblem, simultan diagonalisierbare Matrizen; Starrer Körper: Drehimpuls, rotationskinetische Energie, Trägheitstensor, Trägheitsmomente.
zü08 Abgabe:	05.12.24 12.12.24	Matrixdiagonalisierung, symmetrische, hermitesche, unitäre und orthogonale Matrizen.
v17	09.12.24	**Taylor-Reihen (C5)** C5.1 Satz von Taylor, 1/(1-x), ln(1+x), Exp(x), Sin(x), Cos(x). C5.2 Komplexe Taylor-Reihen. Euler-deMoivre-Identität, Euler-Identität. C5.3 Taylor-Reihe endlicher Ordnung.
v18	11.12.24	**Differentialgleichungen I (C7)** C7.1 Definition, Beispiel: radioaktiver Zerfall. Typologie v. DG. C7.2 Separable DG, Trennung der Variablen. C7.3 Lineare DG 1. Ordnung. Variation der Konstanten. Beispiel: RC-Kreis. C7.4 System von linearen DG 1. Ordnung: Superpositionsprinzip. Exponentialansatz, charakt. Gleichungen, Eigenwertproblem.
zü09 Abgabe:	12.12.24 19.12.24	Taylor-Reihen. Differentialgleichungen I.
v19	16.12.24	**Differentialgleichungen II (C7)** C7.4 Inhomogene DG 1. Ordnung: partikuläre Lösung, Variation der Konstanten. Getriebener harmonischer Oszillator. C7.5 System von linearen DG. n-ter Ordnung.
v20	18.12.24	**Asymptotischen Entwicklungen (C5)** C5.3: Asymptotische Entwicklungen, Landau O-Symbol. C5.4 Verkettung von Reihen, Berechnung einer Umkehrfunktion, Iteratives Lösen von Gleichungen. C5.5 Satz von Taylor für Funktion von n Variablen. Potential und elektrisches Feld eines Punktdipols **Extrema unter Nebenbedingungen (V3)** V3.3 Lagrange-Multiplikatoren. Anwendungen: Volumenoptimierung eines Zylinders, Entropiemaximierung bei fester Energie, Boltzmann-Faktor.
zü10 Abgabe:	19.12.24 09.01.25	Differentialgleichungen II. Asymptotische Entwicklungen, Lagrange-Multiplikatoren.
		Bis hierhin: Stoff für Nebenfach/Lehramt, und für Probeklausur am 18.01.23
*v21	20.12.24 (statt 06.01.25, Dreikönigstag)	***Fourier-Analysis I (C6)** C6.1 Dirac delta-Funktion: Definition, Eigenschaften; C6.2 Fourier-Reihen: Definition, Eigenschaften d. Fourier-Moden; Beispiel: Sägezahn; Konsistenz-Check; Reihendarstellung der delta-Funktion. (Übungen zu Blatt 10 finden statt am Mo. 23.12.24 und Di. 08.01.25)
		WEIHNACHTSPAUSE: von Sa. 23.12.23 bis So. 07.01.24

	06.01.25	**Dreikönigstag**
*v22	08.01.25	***Fourier-Analysis II (L9, C6)** L9.1 Konzeptionelle Grundlage - Fourier-Transformation als Basis im Funktionenraum. C6.2 Periodische Funktionen; periodischer Kamm v. scharfen Peaks; Fourier-Gegensätzlichkeit, Faltungstheorem, Fourier-Reihe v. Ableitungen, Cosinus- und Sinus-Reihen; Fourier-Konventionen für Zeit <-> Frequenz.
*zü11 Abgabe:	09.01.25 16.01.25	*Deltafunktion, Fourierreihen
*V23	13.01.25	***Fourier-Analysis III (C6)** C6.3 Multi-dimensionale Fourier-Reihen; Fourier-Transformation (L = unendlich); Beispiele: Exponential - Lorenz, Gauß - Gauß; Parseval, Plancherel, Faltungstheorem, Ableitungen. Green'sche Funktion, Anwendung: getriebener
*v24	15.01.25	***Differentialgleichungen III (C7)** C7.2 DG 1. Ordnung - allgemeine Eigenschaften: Lipshitz-Stetigkeit. C7.6 Trajektorien, Fluß einer DG. C7.7 Fixpunkte, Stabilitätsanalyse; autonome DG in 2-dim: Berechnung des Flusses der DG, Energie-Erhaltung via Newton 2, Berechnung
	16.01.25	**Probeklausur (im Termin der Zentralübung)**
*zü12 Abgabe:	Fr 17.01.25 14:15-16:00 23.01.25	*Fourier-Integrale, Faltung, gekoppelte Oszillatoren, Greensche Funktionen, Stabilitätsanalyse von DGs, Fixpunkte, Feldlinien.
*v25	20.01.25	***Divergenz (V3)** V3.5 Flussintegral; Flussintegral; Beispiele: E-Fluss von Punktladung durch Kugeloberfläche; B-Fluss durch Zylinder. Divergenz: Geometrische Deutung als Ausfluss pro Volumenelement; Satz v. Gauss. Beispiele: Volumenberechnung durch Flussintegral; Kontinuitätsgleichung; Gauss-Gesetz; quellfreie Felder haben Fluss 0, Magnetfeldfluss durch Pyramide; Div. in krumml. orthogonalen Koordinaten.
*v26	22.01.25	***Rotation (V3)** V3.6 Geometrische Deutung als Zirkulation pro gerichtetem Flächenelement; Satz v. Stokes, Rotation in krumml. orthog. Koord. Bsp.: Magnetfeld v. unendlich langem Leiter, ausserhalb und innerhalb, Fluss durch verschiedene Oberflächen.
*zü13 Abgabe:	23.01.25 30.01.25	*Gradient, Divergenz und Rotation in krummlinigen Koordinaten, Satz von Gauss, Satz von Stokes.
*v27	27.01.25	***Komplexe Analysis I (C9)** C9.1 Komplexe Differenzierbarkeit, Def: analytische Funktion; Cauchy-Riemann-Gleichungen; komplexe Funktion definiert konforme Abbildung. C9.2 Komplexes Wegintegral; Beispiel: Kreisintegral von z^n; Wegunabhängigkeit; Satz v. Cauchy.
*v28	29.02.2025	***Komplexe Analysis II (C9)** C9.2 Wegvervormung; Cauchy's Integralformel. C9.3 Taylor-Reihen, Laurent-Reihen. C9.4 Residuensatz, Residuum-Formel, Beispiele: Gewicht einer Lorentz-Kurve, Fourier-Transformation einer Lorentz-Kurve.
*zü14 Abgabe:	30.01.25 06.02.25	*Komplexe Differenzierbarkeit, Def: analytische Funkt., Cauchy-Riemann-Gl., komplexes Wegintegral, Satz v. Cauchy, Residuensatz, Greensche Funkt.
**v29	03.02.25	****Fourier-Analysis IV (C6)** C6.4 Anwendungen: Frequenzkamm von Prof. Hänsch (LMU) [Nobelpreis 2005]; C6.3: Radon-Transformation bei Röntgen-Tomographie.
*v30	05.02.25	***Wiederholung I** Überdämpfter harm. Oszillator mit periodischem Antrieb -- illustriert lineare Diff.-Gl. mit konst. Koeffizienten, homogene & partikuläre Lösungen; Fourier-Integrale; Greensche Funktionen; delta-Funktion; komplexe Wegintegration.
*v31	06.02.25 (statt zü)	***Wiederholung II** Fourier-Reihe; Iteratives Lösen einer Gleichung; Lineare inhomogene Diff.-Gl., Variation der Konstanten; Satz v. Stokes: Fluss eines Magnetfelds durch verschiedene Flächen (Linien- und Flächenintegrale mit krumml. Koord.)
08:15	11.02.25	**Hauptklausur**
25,28.2 +4.7,11.3 (9-12)		**Repetitorium**
08:15	18.03.25	**Nachklausur**