

T0: Rechenmethoden, WiSe2021/22 (Dozent: Jan von Delft)

Letzte Aktualisierung: 25.09.21 18:13

Vorl. & Zentral-Übung	Mo+Mi Do	Thema (mit * gekennzeichnete Themen sind für Lehramt Gymnasium und Nebenfächler nicht prüfungsrelevant; Themen mit ** sind optional) Angaben wie L1, C2, V3 beziehen sich auf Kapitel des Altland-Delft-Buchs.
v00	13.10.21	O-Phase: Wozu Rechenmethoden?
ü00	13.10.21	Ableitung und Integration (partiell und durch Substitution) [keine Abgabe]
v01	18.10.21	Mathematische Grundbegriffe (L = Lineare Algebra) L1: Menge, Abbildung, Gruppe, Körper, komplexe Zahlen
v02	20.10.21	Differenzieren & Integrieren (C = Calculus) C1: Differenzieren: Geometrische Interpretation, formale Definition, Rechenregeln, Beispiele; C2: Integrieren: geometrische Interpretation, formale Definition, Hauptsatz der Diff.- und Integralrechnung Rechenregeln, partielle Integration, Substitution, Beispiele
zü01	21.10.21	Mathematische Grundlagen: Ableiten und Integrieren, komplexe Zahlen, Gruppe
Abgabe:	28.10.21	
v03	25.10.21	Vektorraum (L) L2: Geometrische Anschauung, \mathbb{R}^n , formale Definition, Beispiele Funktionenraum. Span, lineare Unabhängigkeit, Vollständigkeit, Basis, Dimension. Einsteinsche Summenkonvention. Standardbasis in \mathbb{R}^n
v04	27.10.21	Euklidischer Raum (L) L3: Skalarprodukt, Norm, Winkel zwischen Vektoren, Orthogonalität, Orthonormalität, Gram-Schmidt-Verfahren; reelles inneres Produkt, Metrik, komplexes inneres Produkt
zü02	28.10.21	Vektorraum, Basis eines Vektorraums, Skalarprodukt und Vektorprodukt, Gram-Schmidt Orthogonalisierung, inneres Produkt, Metrik
Abgabe:	04.11.21	
v05	Fr. 29.10.21 14:15-16:00	Vektorprodukt (L) L4: Levi-Civita-Symbol, Kontraktions-Identität, allgemeine Eigenschaften des Vektorprodukts, Grassmann-Identität, Spatprodukt
	01.11.21	Allerheiligen
v06	03.11.21	Raumkurven, Linienintegral (V = Vektoranalysis) V1: Vektorwertige Funktionen, Geschwindigkeit, Beschleunigung, Bogenlänge, natürliche Parametrisierung. Linienintegral: Definition, Beispiel [Arbeit entlang eines Weges $r(t)$]
zü03	04.11.21	Vektorprodukt, Wegparametrisierung, Linienintegrale
Abgabe:	11.11.21	
v07	08.11.21	Partielle Ableitung; Mehrdimensionale Integration, kartesisch (C) C3: partielle Ableitungen, Satz von Schwarz. C4.1 Kartesische Integrale in 2 und 3 Dimensionen: Satz von Fubini, variable Integrationsgrenzen, Anwendung: Kreisfläche, Trägheitsmoment v. hom. Quader.
v08	10.11.21	Krummlinige Koordinaten (V) V2 Krumml. Koordinaten: Polarkoordinaten in der Ebene, Koordinatenlinien, lokale Basis. V5: Kurvengeschwindigkeit und Beschleunigung; Linienintegral in Polarkoordinaten; Zylinderkoordinaten, Kugelkoordinaten
zü04	Fr 12.11.21 14:15-16:00	Partielle Ableitungen. Flächenintegration. Krummlinige Koordinaten, Linienintegrale in krummlinigen Koordinaten
Abgabe:	18.11.21	
v09	15.11.21	Integration mit krummlinigen Koordinaten (C) C4.2: 2D Flächenintegral mit Polarkoordinaten, Kreisfläche; C4.3: 3D Volumenintegral; Volumen, Trägheitsmoment von Zylinder und Kugel
v10	17.11.21	Skalarfelder (V) V3.1: Felder. Skalarfeld, Höhenlinien, totales Differential, Gradient, Nabla-Operator. Gradient in krummlinigen Koordinaten. C4.4: Parametrisierung von Flächen, Krummlinige Flächenintegrale; C4.5: allgemeine Koordinatentransformationen in 2D, 3D, nD; Jacobi-Determinante, Funktionaldeterminante
zü05	18.11.21	Flächen- und Volumenintegration in krummlinigen Koordinaten. Totales Differential, Gradient.
Abgabe:	25.11.21	

v11	22.11.21	Vektorfelder: Gradientenfeld (V) V3.2: Gradientenfeld: Wegunabhängigkeit für Linienintegral v. Gradientenfeld, konservatives Kraftfeld. Divergenz, Rotation, Laplace-Operator
v12	24.11.21	Matrizen I: Lineare Abbildungen, Matrixmultiplikation (L) L5.1-3: Lineare Abbildungen, Matrizen, Verkettung v. linearen Abbildungen, Matrixmultiplikation
zü06 Abgabe:	25.11.21 02.12.21	Wegunabhängigkeit des Linienintegrals eines Gradientenfeldes, Gradient, Divergenz, Rotation, Matrixmultiplikation
v13	29.11.21.	Matrizen II: Inverse, Basistransformation (L) L5.4-6: Inverse einer Matrix, Lösung v. linearem Gleichungssystem mit Gauß-Algorithmus, Basis-Transformation: wie transformieren Vektoren und lineare Abbildungen?
v14	01.12.21	Matrizen III: Determinante (L) L6: Kriterien für Invertierbarkeit einer Matrix. Determinanten - Definition, Eigenschaften
zü07 Abgabe:	02.12.21 09.12.21	Gaußalgorithmus, inverse Matrix, Basistransformation, Determinanten
v15	06.12.21	Matrizen IV: Diagonalisierung (L) L7: Eigenwerte, Eigenvektoren, charakteristisches Polynom, Diagonalisierung einer Matrix.
v16	08.12.21	Matrizen V: orthogonale, unitär, symmetrisch, hermitesch (L) L5.7: Symmetrische, Hermitesche, orthogonale und unitäre Matrizen: reelles, komplexes Skalarprodukt, Invarianz der Skalarprodukte, Eigenschaften. Diagonalisierung von symm. und Hermiteschen Matrizen: Eigenwerte reell, nicht-entartete Eigenvektoren orth., Ähnlichkeitstranf. ist unitär bzw. orth. Matrizen VI (L) [optionaler Stoff von 2011] Anwendungen von Diagonalisierung: Hauptachsentransf., verallgemeinertes Eigenwertproblem, simultan diagonalisierbare Matrizen; Starrer Körper: Drehimpuls, rotationskinetische Energie, Trägheitstensor, Trägheitsmomente
zü08 Abgabe:	09.12.21 16.12.21	Matrixdiagonalisierung, symmetrische, hermitesche, unitäre und orthogonale Matrizen
v17	13.12.21	Taylor-Reihen (C) C5.1: Satz von Taylor, $1/(1-x)$, $\ln(1+x)$, $\exp(x)$, $\sin(x)$, $\cos(x)$, Euler-deMoivre-Identität, Euler-Identität; Satz von Taylor für Funktion von n Variablen, Anwendung: Potential und elektrisches Feld eines Punktdipols
v18	15.12.21	Differentialgleichungen I (C) C7: Definition, Beispiel: radioaktiver Zerfall. Typologie v. DG. Separable DG, Trennung der Variablen. Homogene lineare DG: Rückführung auf System 1. Ordnung, Superpositionsprinzip. Konstante Koeff: Exponentialansatz, charakt. Gleichungen, Eigenwertproblem. Bsp: gedämpfter harm. Oszillator
zü09 Abgabe:	Fr 17.12.21 14:15-16:00 23.12.21	Taylor-Reihen. Differentialgleichungen I
v19	20.12.21	Differentialgleichungen II (C) Inhomogene DG 1. Ordnung: partikuläre Lösung, Variation der Konstanten. Beispiele: Beispiel: RC-Kreis, getriebener harmonischer Oszillator.
v20	22.12.21	Asymptotischen Entwicklungen (C) C5.2: Asymptotische Entwicklungen, Landau O-Symbol, Verkettung von Reihen, Berechnung einer Umkehrfunktion, Iteratives Lösen von Gleichungen Extrema unter Nebenbedingungen C5.3 Lagrange-Multiplikatoren. Anwendungen: Volumenoptimierung eines Zylinders, Entropiemaximierung bei fester Energie, Boltzmann-Faktor
zü10 Abgabe:	23.12.21 13.01.22	Differentialgleichungen II. Asymptotische Entwicklungen, Lagrange-Multiplikatoren
Bis hierhin: Stoff für Nebenfach/Lehramt, und für Probeklausur am 20.01.22		
WEIHNACHTSPAUSE: von Fr. 24.12.21 bis So. 09.01.22		

06.01.22 Dreikönigstag	
(Übungen zu Blatt 10 finden statt am Mo. 10.01.22 und Di. 11.01.22)	
*v21	10.01.22 *Fourier-Analysis I (C) C6.2: Dirac delta-Funktion: Definition, Eigenschaften; C6.1: Fourier-Reihen: Definition, Eigenschaften d. Fourier-Moden; Beispiel: Sägezahn; Konsistenz-Check; Reihendarstellung der delta-Funktion
*v22	12.01.22 *Fourier-Analysis II (C) C6.1: Parseval-Identität; Periodische Funktionen; periodischer Kamm v. scharfen Peaks; Fourier-Gegensätzlichkeit, Faltungstheorem, Fourier-Reihe v. Ableitungen, Cosinus- und Sinus-Reihen; Fourier-Konventionen für Zeit \leftrightarrow Frequenz
*zü11	13.01.22 *Deltafunktion, Fourierreihen
Abgabe:	20.01.22
*v23	17.01.22 *Fourier-Analysis III (C) C6.3: Multi-dimensionale Fourier-Reihen; Fourier-Transformation ($L = \text{unendlich}$); Beispiele: Exponential - Lorenz, Gauß - Gauß; Parseval, Plancherel, Faltungstheorem, Ableitungen. Green'sche Funktion, Anwendung: getriebener Oszillator.
*v24	19.01.22 *Differentialgleichungen III (C) C7: DG 1. Ordnung - allgemeine Eigenschaften: Lipschitz-Stetigkeit, Trajektorien, Fluß, Fixpunkte, Stabilitätsanalyse; autonome DG in 2-dim: Berechnung des Flusses der DG, Energie-Erhaltung via Newton 2, Berechnung von Feldlinien
20.01.22 Probeklausur (im Termin der Zentralübung)	
*zü12	Fr 21.01.22 14:15-16:00 *Fourier-Integrale, Faltung, gekoppelte Oszillatoren, Greensche Funktionen, Stabilitätsanalyse von DGs, Fixpunkte, Feldlinien
Abgabe:	27.01.2022
*v25	24.01.22 *Divergenz (V) V4.2: Flussintegral; Flussintegral; Beispiele: E-Fluss von Punktladung durch Kugeloberfläche; B-Fluss durch Zylinder. Divergenz: Geometrische Deutung als Ausfluss pro Volumenelement; Satz v. Gauss. Beispiele: Volumenberechnung durch Flussintegral; Kontinuitätsgleichung; Gauss-Gesetz; quellfreie Felder haben Fluss 0, Magnetfeldfluss durch Pyramide; Div. in krumml. orthog. Koord.
*v26	26.01.22 *Rotation (V) V4.3: Geometrische Deutung als Zirkulation pro gerichtetem Flächenelement; Satz v. Stokes, Rotation in krumml. orthog. Koord. Bsp.: Magnetfeld v. unendlich langem Leiter, ausserhalb und innerhalb, Fluss durch verschiedene Oberflächen.
*zü13	27.01.22 *Gradient, Divergenz und Rotation in krummlinigen Koordinaten, Satz von Gauss, Satz von Stokes
Abgabe:	03.02.22
*v27	31.01.22 *Komplexe Analysis I (C) C8.1: komplexe Differenzierbarkeit, Def: analytische Funktion; Cauchy-Riemann-Gleichungen; komplexe Funktion definiert konforme Abbildung; komplexes Wegintegral; Beispiel: Kreisintegral von z^n ; Wegunabhängigkeit; Satz v. Cauchy
*v28	02.02.22 *Komplexe Analysis II (C) C8.2: Wegverformung; Cauchy's Integralformel; Taylor-Reihen, Laurent-Reihen; Residuensatz, Residuum-Formel, Beispiele: Gewicht einer Lorentz-Kurve, Fourier-Transformation einer Lorentz-Kurve.
*zü14	03.02.22 *Komplexe Differenzierbarkeit, Def: analytische Funkt.C40, Cauchy-Riemann-Gl., komplexes Wegintegral, Satz v. Cauchy, Residuensatz, Greensche Funkt.
Abgabe:	10.02.22
**v29	07.02.22 **Fourier-Analysis IV (C) C6.4 Konzeptionelle Grundlage - Fourier-Transformation als Basis im Funktionenraum. Anwendungen: Frequenzkamm von Prof. Hänsch (LMU) [Nobelpreis 2005]; C6.3: Radon-Transformation bei Röntgen-Tomographie.
*v30	09.02.22 *Wiederholung I Überdämpfter harm. Oszillator mit periodischem Antrieb -- illustriert lineare Diff.-Gl. mit konst. Koeffizienten, homogene & partikuläre Lösungen; Fourier-Integrale; Greensche Funktionen; delta-Funktion; komplexe Wegintegration
*v31	10.02.22 *Wiederholung II (statt zü) Fourier-Reihe; Iteratives Lösen einer Gleichung; Lineare inhomogene Diff.-Gl., Variation der Konstanten; Satz v. Stokes: Fluss eines Magnetfelds durch verschiedene Flächen (Linien- und Flächenintegrale mit krumml. Koord.)