

## Übungsklausur

### Einige nützliche Konstanten

Gravitationskonstante  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$

Erdmasse  $M_E = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

Erdradius  $R_E \approx 6400 \text{ km}$

Dichte von Luft bei Normaldruck und  $T = 20^\circ\text{C}$ :  $1,2 \text{ kg/m}^3$

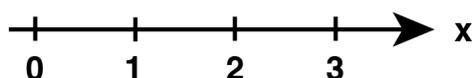
Dichte von Wasser bei Normaldruck und  $T = 20^\circ\text{C}$ :  $1000 \text{ kg/m}^3$

Normaldruck:  $1013 \text{ mbar} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

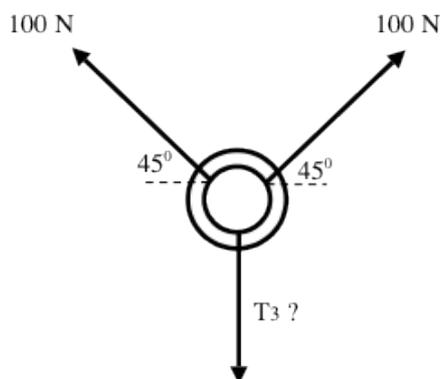
### Aufgabe 1

**Verständnisfragen (30 Punkte).** Geben Sie kurze Antworten (1-2 Sätze, bzw. kurze Rechnung, bzw. einfache Skizze) auf die folgenden Fragen.

- a) Eine Person bewegt sich entlang der  $x$ -Achse (siehe Skizze). Zunächst steht die Person eine Weile bei Position 3; dann geht sie langsam zu Position 1, bleibt dort kurz und rennt dann schnell zu Position 2. Zeichnen Sie die Bewegung der Person schematisch in ein  $x$  gegen Zeit-Koordinatensystem.

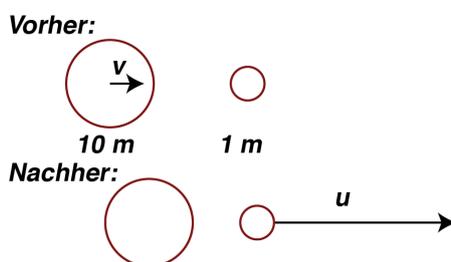


- b) Zwei Kommunikationssatelliten sind auf stationären Bahnen gleicher Höhe über der Erde, aber einer der Satelliten hat die doppelte Masse des anderen. Was gilt für die Geschwindigkeit des schwereren Satelliten, im Vergleich zum leichteren?
- c) In einer ungewöhnlichen Version des Tauziehens, ziehen drei Spieler an einem Ring (siehe Skizze für eine Ansicht von oben). Keiner der Spieler ist am gewinnen. Mit welcher Kraft zieht Spieler 3 in Richtung T3? Hinweis:  $\sin(45^\circ) = \cos(45^\circ) \approx 0.707$ .

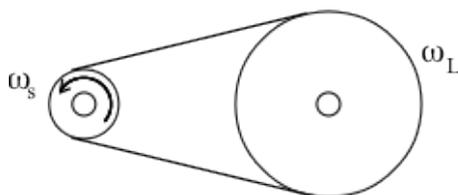


- d) Ein neu entdeckter Planet X hat die gleiche Masse wie die Erde, aber sein Radius ist nur halb so groß. Wie groß ist die lokale Gravitationsbeschleunigung  $g_X$  im Vergleich zur Gravitationsbeschleunigung auf der Erde  $g$ ?

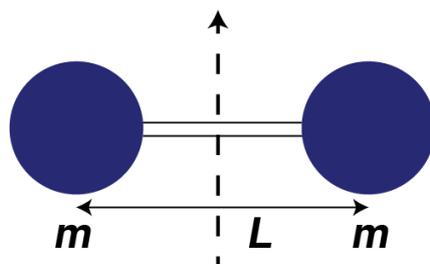
- e) Ein großes Teilchen mit Masse  $10m$  und Geschwindigkeit  $v$  stößt mit einem kleinen Teilchen der Masse  $m$  zusammen, das sich in Ruhe befindet (siehe Skizze). Kann folgendes passieren: Das große Teilchen kommt nach dem Stoß zur Ruhe und das kleine Teilchen fliegt mit  $u = 10v$  weiter? Warum oder warum nicht?



- f) Ein kleines und ein großes Rad sind mit einem Riemen verbunden (siehe Skizze), so dass das kleine Rad das große antreiben kann. Das kleine Rad dreht sich mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit  $\omega_S$ . Ist die Winkelgeschwindigkeit des großen Rades  $\omega_L$  kleiner, größer oder gleich  $\omega_S$ ?



- g) Eine Hantel besteht aus zwei Massen  $m$  in einem Abstand  $L$  (siehe Skizze), die sich um eine Achse durch ihre Mitte (gestrichelte Linie) drehen soll. Wie verändert sich ihr Trägheitsmoment  $I$ , wenn man den Abstand auf  $2L$  verdoppelt und gleichzeitig die Massen auf  $m/2$  halbiert?



- h) Eine Masse  $m$  an einer harmonischen Feder mit Federkonstante  $k$  schwingt mit einer bestimmten Amplitude  $A$  und Periodendauer  $T$ . Wenn sowohl die Masse, als auch die Federkonstante und die Amplitude verdoppelt werden, wie ändert sich die Periodendauer?
- i) Wie ändert sich die Gesamtenergie des System nach der Verdopplung in der letzten Teilaufgabe?
- j) Ein Eiswürfel schwimmt in einem Glas Wasser. Wie ändert sich der Wasserspiegel im Glas, wenn der Eiswürfel schmilzt?

## Aufgabe 2

**Kreisbewegung, revisited (15 Punkte).** Eine Masse  $m$  führt eine gleichförmige Kreisbewegung aus. Seine  $x$ - und  $y$ -Position als Funktion der Zeit  $t$  sind durch

$$x = R \cdot \cos(\omega t) \quad (1)$$

$$y = R \cdot \sin(\omega t) \quad (2)$$

bestimmt.

- Berechnen Sie Ausdrücke für die  $x$ - und  $y$ -Komponenten der Geschwindigkeit ( $v_x(t)$ ,  $v_y(t)$ ) und der (Zentripetal-)Beschleunigung ( $a_{x,\text{Zentr.}}(t)$ ,  $a_{y,\text{Zentr.}}(t)$ )
- Was sind die Position, die Geschwindigkeit und die Beschleunigung zur Zeit  $t = 0$ ? Zeichnen Sie die Position, die Geschwindigkeit und die Beschleunigung zur Zeit  $t = 0$  in ein Koordinatensystem.
- Zeigen sie, dass für beliebige Zeiten  $t$ , der Betrag der Zentripetalbeschleunigung gleich  $|a_Z| = \omega^2 \cdot R$  ist.

## Aufgabe 3

**Landung auf dem Kometen Tschurjumow-Gerassimenko (15 Punkte).** Sie planen die Landung der Raumsonde *Philae* (mit Masse  $m = 100$  kg) auf dem Kometen *Tschurjumow-Gerassimenko*. Der Komet hat eine Masse von  $M = 10^{13}$  kg und kann als Kugel mit einem Radius von  $R \approx 1,5$  km genähert werden. Sie können die Gravitation anderer Himmelskörper in dieser Aufgabe vernachlässigen.

- Stellen sie eine Gleichung für die *Fluchtgeschwindigkeit*  $v_F$  auf, d.h. für die Geschwindigkeit, die ausreichend ist, die Oberfläche des Kometen zu verlassen und seinem Gravitationsfeld vollständig („ins Unendliche“) zu entkommen.
- Was ist die Fluchtgeschwindigkeit  $v_F$  für den Kometen *Tschurjumow-Gerassimenko*?
- Nun fliegt die Raumsonde *Philae* mit einer Geschwindigkeit  $v$  auf den Kometen (den wir als in Ruhe befindlich annehmen) zu. Wenn wir das Auftreffen der Sonde auf dem Planeten zunächst als eindimensionalen und vollständig elastischen Stoß betrachten, was ist die Geschwindigkeit der Raumsonde nach dem Stoß? Wie groß darf  $v$  maximal sein, damit die Sonde nach dem Zusammenstoß im Schwerefeld des Kometen verbleibt?
- Nun gehen wir davon aus, dass sich *Philae* dem Kometen mit  $v = 10$  m/s annähert und sich bei der Landung mit Harpunen fest in der Oberfläche des Planeten verankert. Was ist die Geschwindigkeit des vor dem Stoß in Ruhe befindlichen Kometens nach dem Stoß?

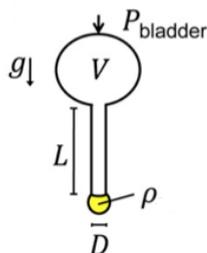
#### Aufgabe 4

**Janus-Teilchen (20 Punkte).** Ein kugelförmiges Siliziumdioxid Teilchen hat einen Durchmesser von  $1,3 \mu\text{m}$ . Eine Hälfte des Teilchens ist mit einer  $5 \text{ nm}$  dicken Goldschicht überzogen. Die Dichten von Gold und Siliziumdioxid sind  $\rho_{\text{Au}} = 19,3 \text{ g/cm}^3$  und  $\rho_{\text{SiO}_2} = 2,63 \text{ g/cm}^3$ . Das Teilchen ist in Wasser bei Raumtemperatur.

- Betrachten wir zunächst ein Teilchen ohne Goldschicht. Wie groß ist die Schwerkraft, die auf des Teilchen wirkt? Wie groß ist die Auftriebskraft, die auf das Teilchen wirkt? Was ist die resultierende Kraft?
- Wie groß ist die resultierende Kraft, wenn wir die Goldschicht berücksichtigen?
- Was ist die finale Sinkgeschwindigkeit (oder *Sedimentationsgeschwindigkeit*) für das Teilchen, die sich beim Absinken in Wasser (mit einer Viskosität von  $\eta_{\text{H}_2\text{O}} \approx 0,001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ) nach einer anfänglichen Beschleunigungsphase einstellt, wenn wir laminare Stokes-Reibung annehmen?
- Ist die Annahme laminarer Stokesreibung gerechtfertigt? Warum?

#### Aufgabe 5

**Wasserlassen im Tierreich (20 Punkte).** Ein einfaches Modell für das Urinieren von Säugetieren betrachtet eine Harnblase mit Volumen  $V$  und eine vertikale Harnröhre der Länge  $L$  und mit Durchmesser  $D$ . Der Urin habe die Dichte  $\rho$  von Wasser. Das Urinieren beginnt, wenn die Harnblase durch die glatte Muskulatur auf einen Druck  $p_{\text{bladder}} = 5 \text{ kPa}$  gebracht wird ("bladder" Engl. für Harnblase).  $p_{\text{bladder}}$  ist dabei der Druck relativ zum Atmosphärendruck; dieser Druck ist annähernd unabhängig von der Größe des Tieres.



- Für größere Säugetiere ( $> 3 \text{ kg}$  Masse) sind die relevanten Größen der Blasendruck  $p_{\text{bladder}}$ , die Schwerkraft und die kinetische Energie des Urins. Geben Sie einen Ausdruck für die Ausströmgeschwindigkeit  $v$  des Urins an. Hinweis: Benutzen Sie die Bernoulli-Gleichung.
- Unter den Annahmen von Teil a), geben Sie einen Ausdruck an für die Zeit  $T$ , die es braucht, um die (zunächst komplett gefüllte) Blase zu leeren. Hinweis: Sie können eine konstante Volumenflußrate  $dV/dt = A \cdot v$  annehmen, wobei  $A$  die Querschnittsfläche der Harnröhre ist.
- Wie lange benötigt ein Mensch, gemäß dieses Modells, zum Wasserlassen? Realistische Annahmen sind  $L = 20 \text{ mm}$ ,  $V = 300 \text{ ml}$ ,  $D = 3 \text{ mm}$ .
- Für kleine Tiere gilt das obige Modell nicht mehr. Können Sie sich denken, welche Faktoren dann (zusätzlich) eine Rolle spielen? Warum?