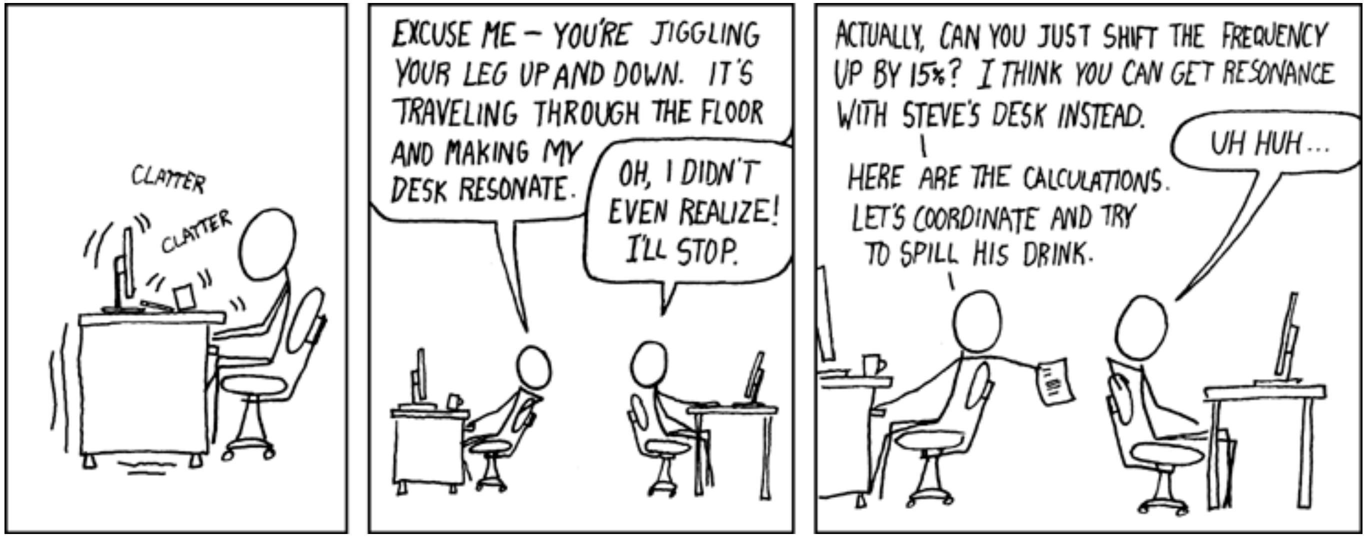
Good vibrations

Physik 1 für Chemiker und Biologen

9. Vorlesung



https://xkcd.com/228/

Heute: Schwingungen
- harmonisch
- gedämpft
- getrieben
- Resonanz

Prof. Dr. Ralf Jungmann

Jungmann@physik.lmu.de

Prof. Dr. Jan Lipfert

Jan.Lipfert@lmu.de

Schwingungen sind allgegenwärtig!

Pendeluhr

https://de.wikipedia.org/wiki/Pendeluhr

Stoßdämpfer

https://en.wikipedia.org/wiki/Shock_absorber

Quartzuhr

https://de.wikipedia.org/wiki/Quarzuhr

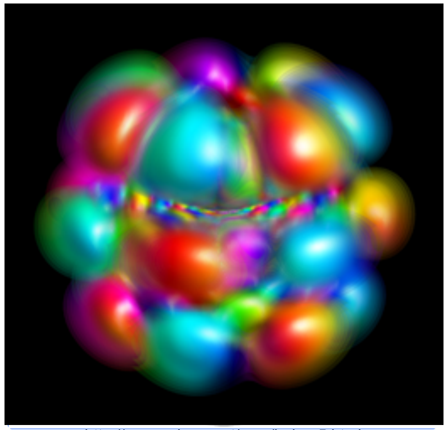
Lautsprecher

https://de.wikipedia.org/wiki/Lautsprecherbox

Funk und Fernsehen

http://de.freepik.com/fotos-vektoren-kostenlos/radio-icon
https://de.wikipedia.org/wiki/Radio

Quantenmechanik



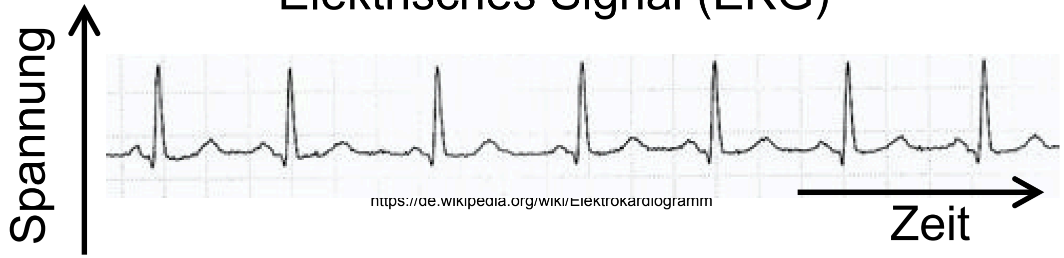
http://vqm.uni-graz.at/qms/index-5.html

Schwingungen sind allgegenwärtig!

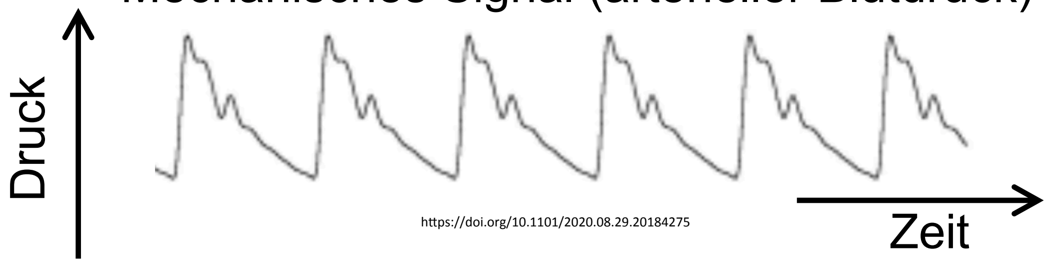
Viele physiologische Vorgänge zeigen oszillierendes Verhalten

Beispiel: Menschliches Herz

Elektrisches Signal (EKG)



Mechanisches Signal (arterieller Blutdruck)

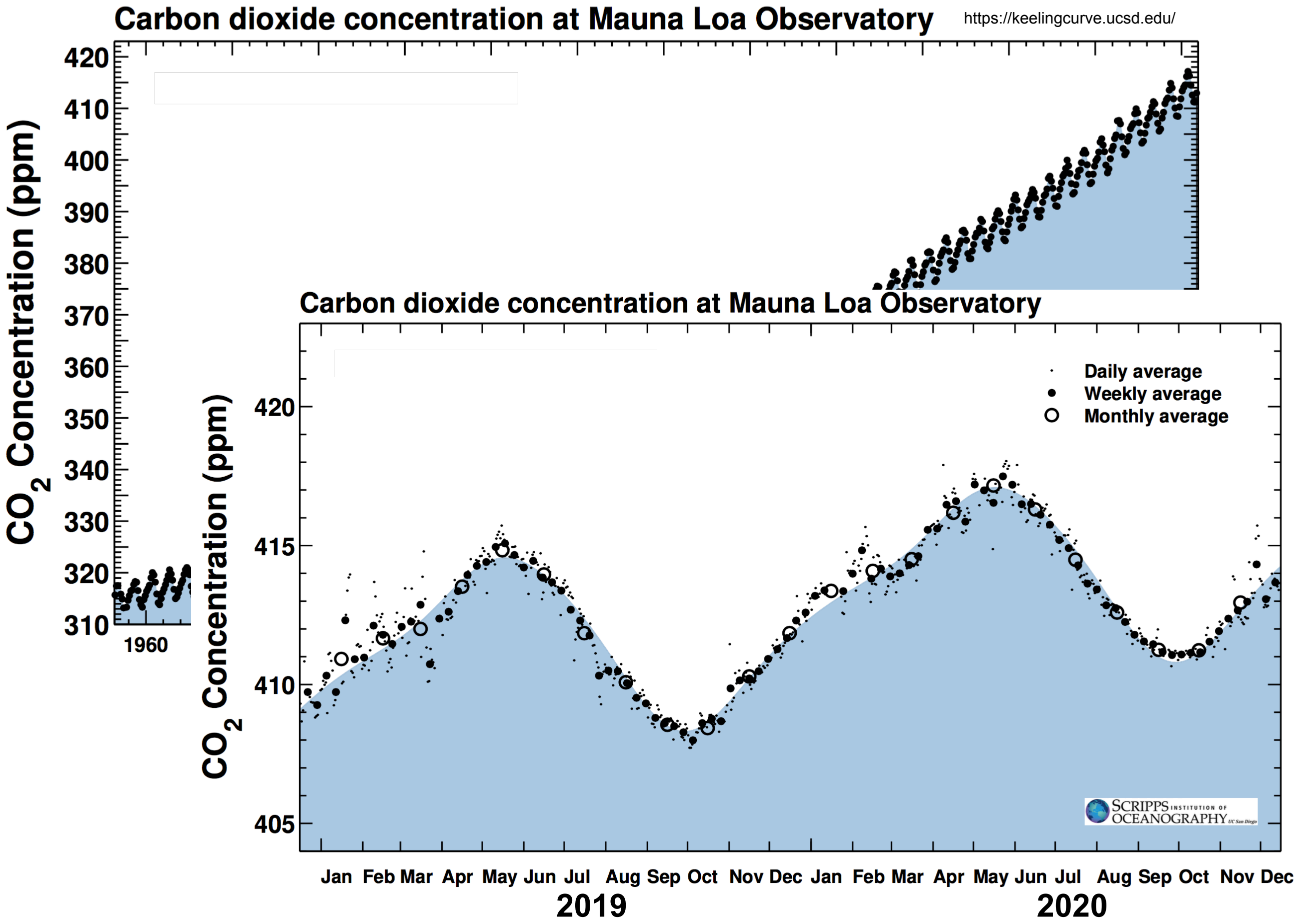


3D Modell des menschlichen Herzens

Schwingungen sind allgegenwärtig!

Geophysikalische Vorgänge zeigen (z.B. jahreszeitliche) Oszillationen

Beispiel: „Keeling-Kurve“ der CO_2 Atmosphärenkonzentration



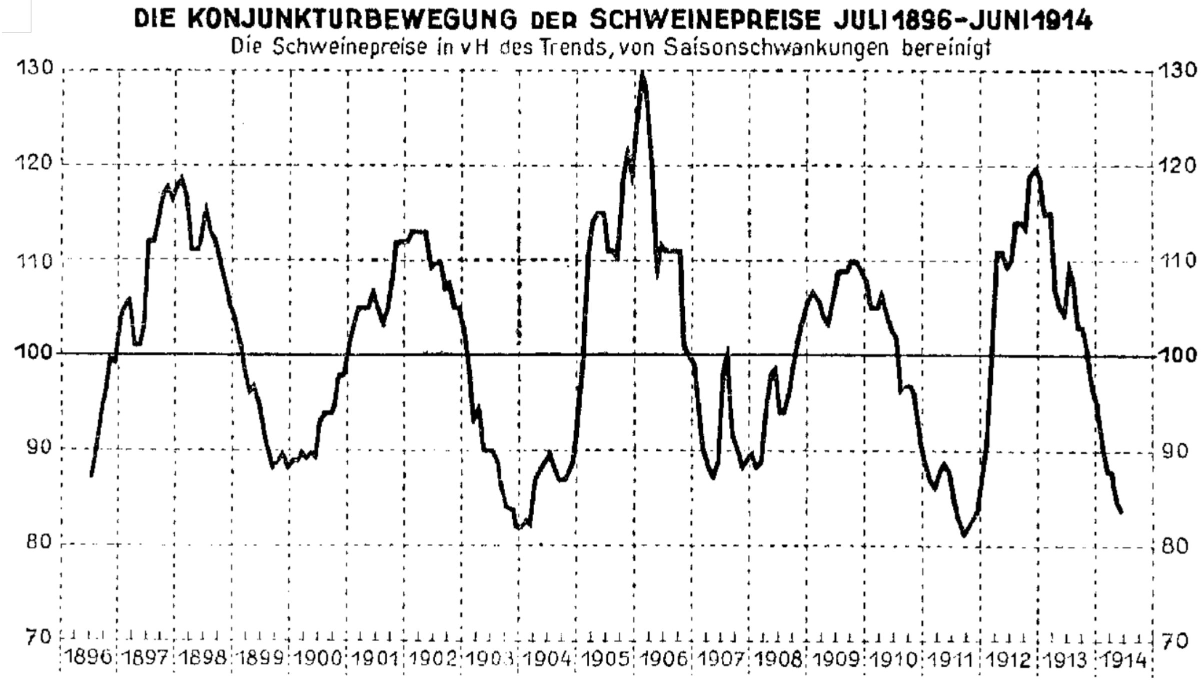
https://de.wikipedia.org/wiki/Charles_David_Keeling

Charles D. Keeling (1928-2005)

Schwingungen sind allgegenwärtig!

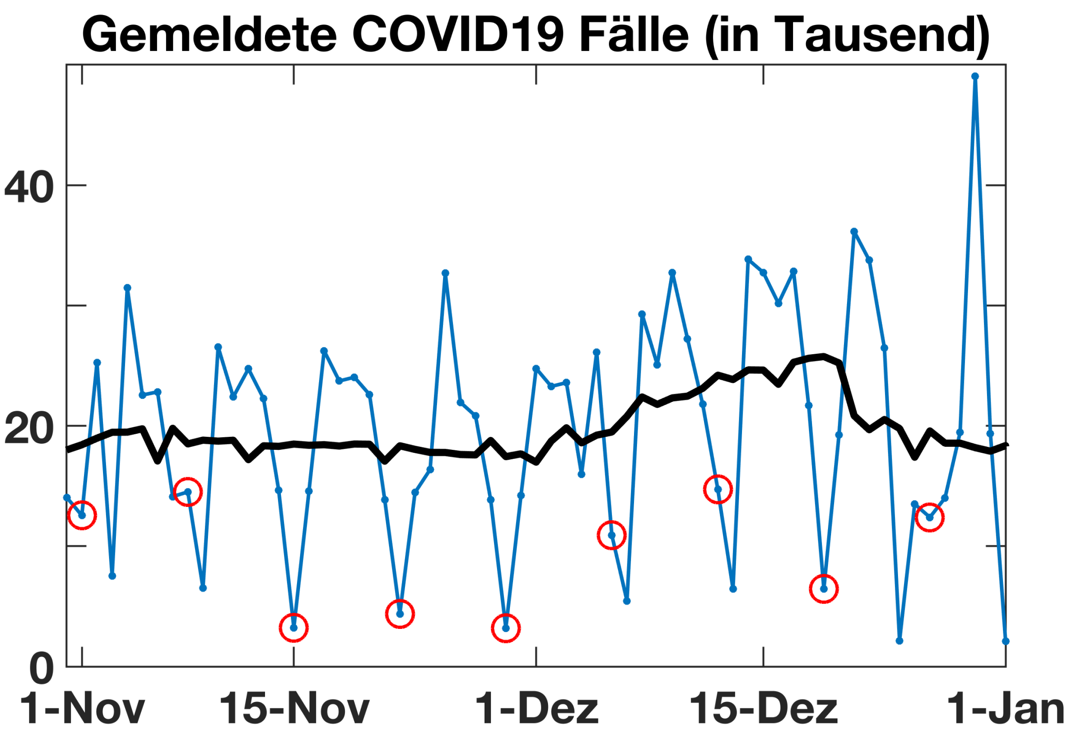
Sozio-ökonomische Systeme zeigen oft zyklisches Verhalten

„Schweinezyklen“ (Arthur Hanau, 1928)



Schwingungen sind allgegenwärtig!

Die Zahlen der gemeldeten COVID19-Fälle zeigen Schwankungen im Wochenrhythmus. Ein Beispiel für Oszillationen durch den Messprozess.



Harmonische Schwingungen

Experiment: Schwingung an Luftschiene

Grundlegende Eigenschaften von Schwingungen:

Periode:

Frequenz:

Kreisfrequenz:

Amplitude:

Erinnerung: Für eine harmonische Feder gilt, dass die Kraft ***F*** proportional zur Auslenkung ***x*** ist.

Harmonische Schwingungen: Mathematische Betrachtung

Aus Newtonscher Mechanik folgt:

Differentialgleichungen:
In einer Differential-
gleichung (DG) werden
eine Funktion und ihre
Ableitung(en) in
Beziehung gesetzt.

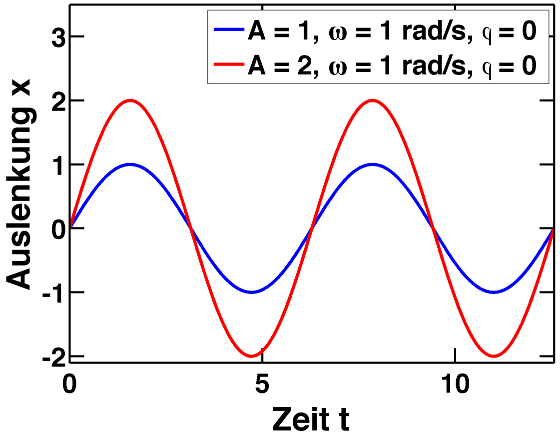
1. Gesetze:

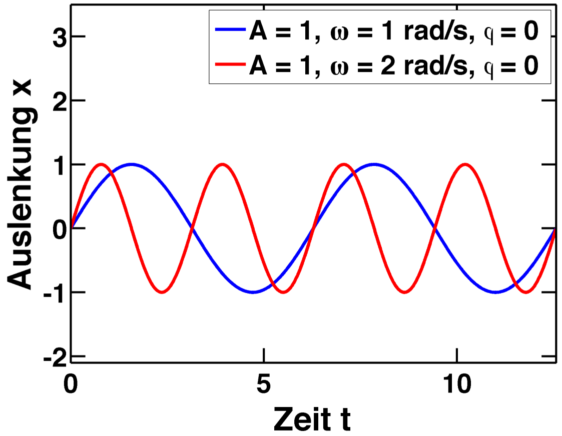
2. Differentialgleichung (DG):

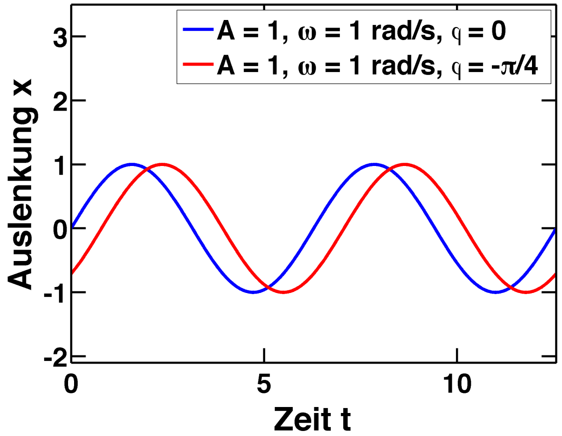
3. Lösung der DG:

Harmonische Schwingungen: Interpretation der Schwingungsfunktion

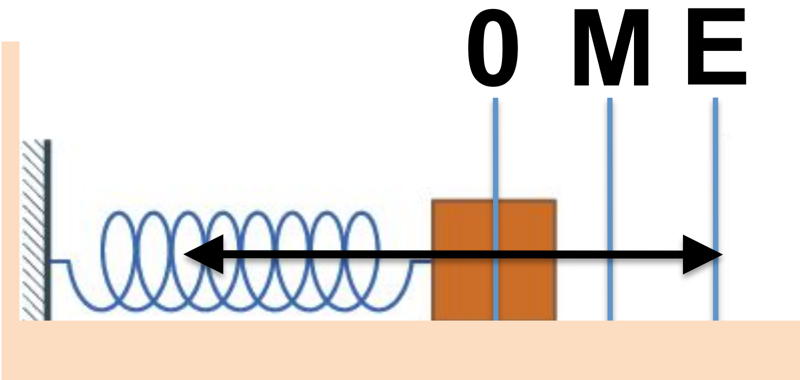
$$x(t) = A\sin(\omega t + \phi)$$







Verständnisfrage 1



https://de.wikipedia.org/wiki/Federpendel

Eine Masse oszilliert an einer Feder auf einer reibungsfreien Oberfläche hin und her.
Position “0” ist die Ruhelage (ungedehnte Lage) der Feder.

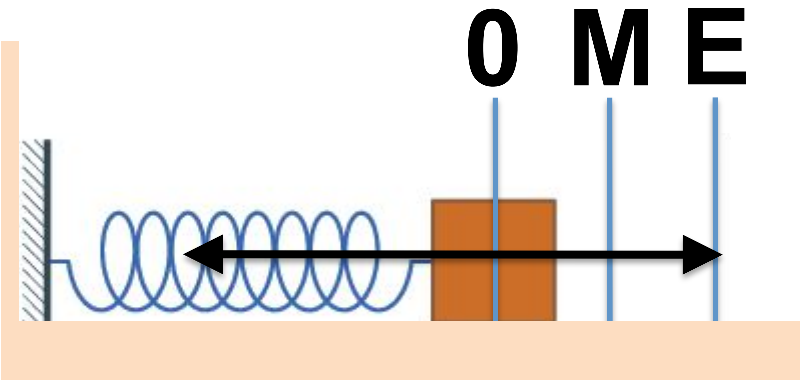
An welcher Stelle ist die Beschleunigung der Masse maximal? (Betrag der Beschleunigung)

A) An Position „0“.

B) An Position „M“.

C) An Position „E“.

Verständnisfrage 2



https://de.wikipedia.org/wiki/Federpendel

Eine Masse oszilliert an einer Feder auf einer reibungsfreien Oberfläche hin und her.
Position “0” ist die Ruhelage (ungedehnte Lage) der Feder.

An welcher Stelle ist die Gesamtenergie des Systems maximal?

A) An Position „0“.

B) An Position „M“.

C) An Position „E“.

D) Die Gesamtenergie ist konstant.

Energieerhaltung im harmonischen Oszillator

Harmonische Schwingung:

$$x(t) = A\sin(\omega t + \phi)$$

Erinnerung: Für ein abgeschlossenes System in dem nur konservative Kräfte wirken gilt der **Energieerhaltungssatz der Mechanik**:

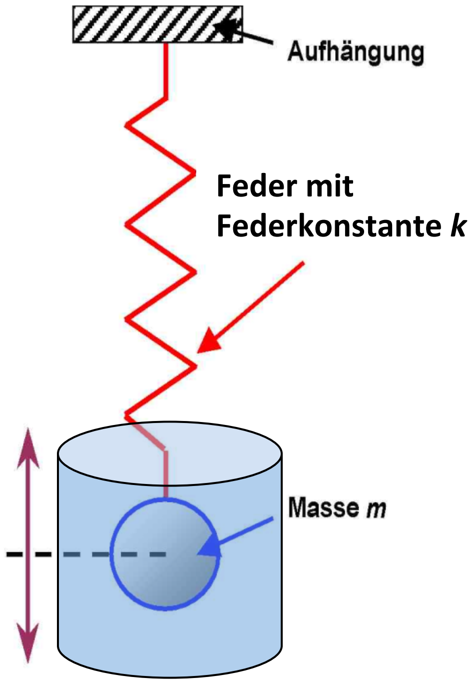
$$\Delta E_{mech} = \Delta E_{kin} + \Delta E_{pot} = 0$$

https://de.wikipedia.org/wiki/Pendeluhr

Pendel

Experiment: Fadenpendel

Nichts schwingt für immer - Dämpfung



1. Gesetze (Stokes Reibung):

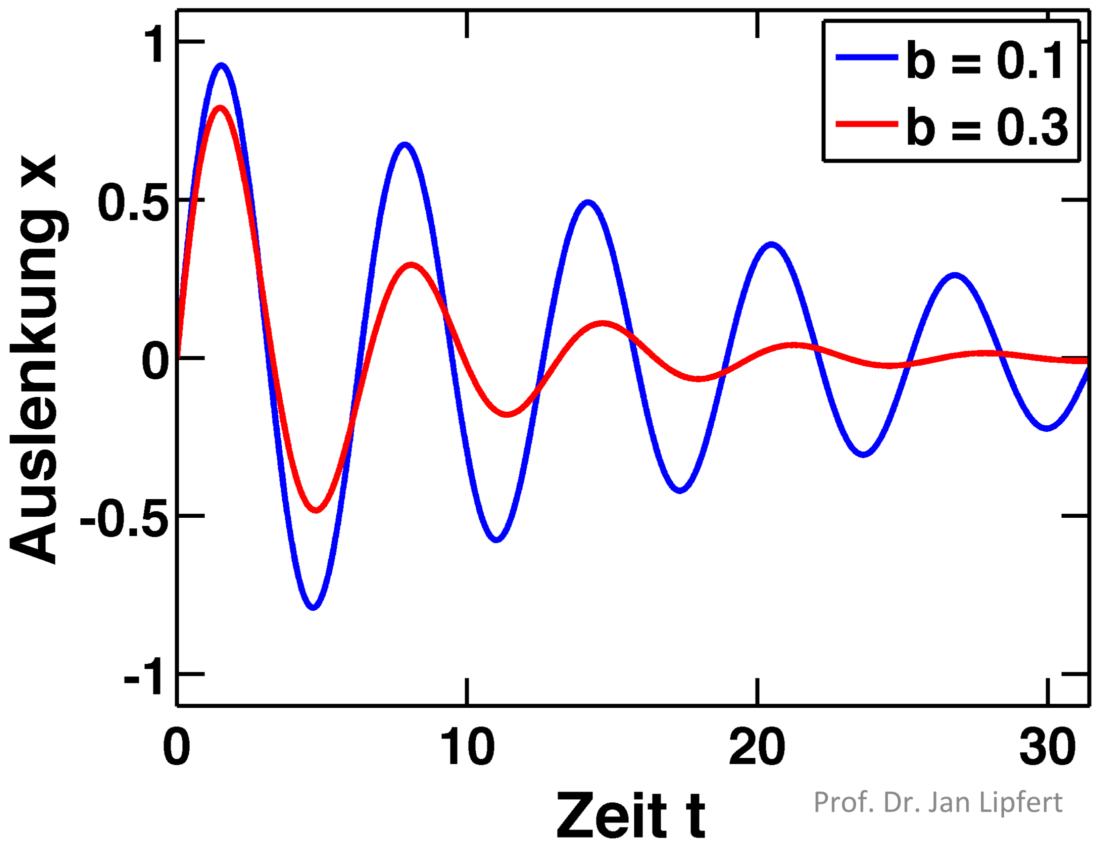
2. Modifizierte Differentialgleichung:

3. Lösung der neuen DG:

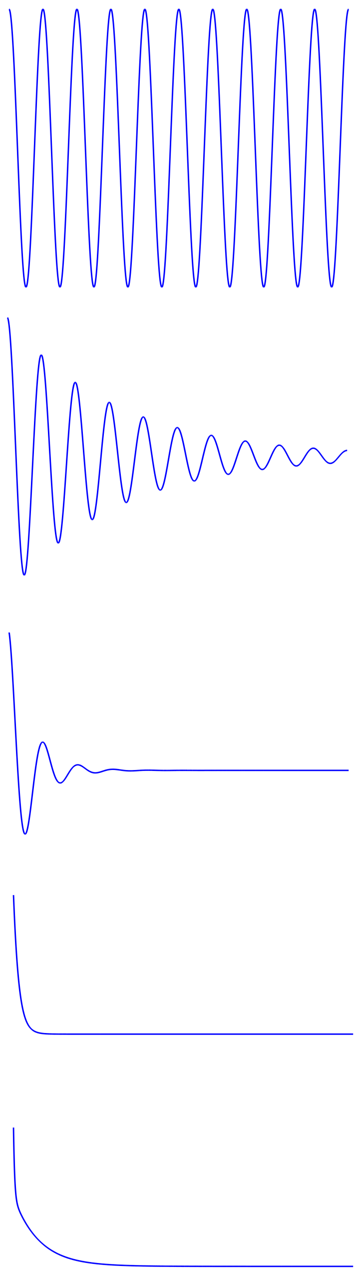
Experiment: Federpendel ungedämpft und gedämpft

Dämpfung

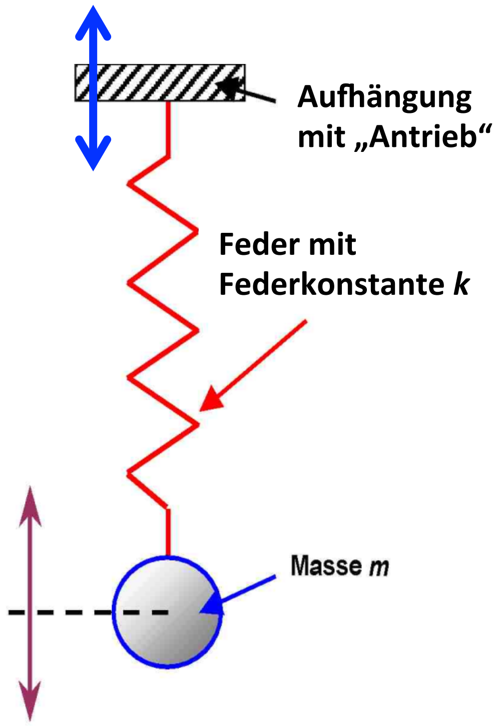
Lösung der Differentialgleichung für eine gedämpfte Schwingung:



Grenzfälle der gedämpften Schwingung



Getriebene Schwingung



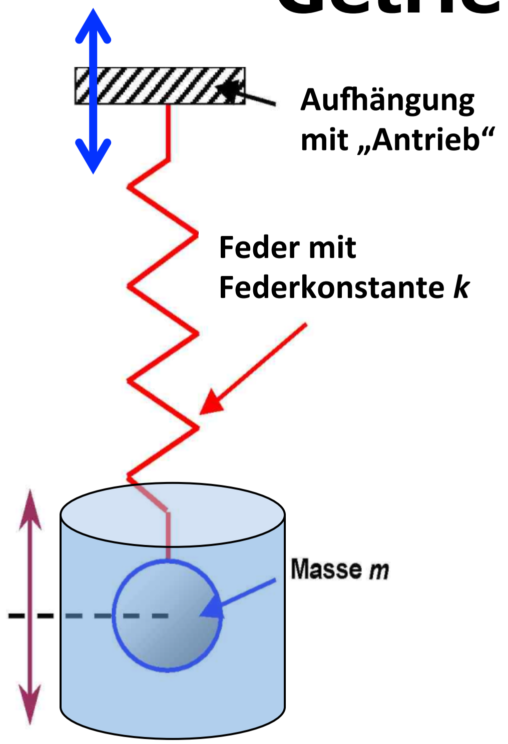
1. Gesetze (Feder, Antrieb):

2. Modifizierte Differentialgleichung:

3. Lösung der neuen DG:

Experiment: Getriebenes Federpendel

Getriebene Schwingung mit Reibung



1. Gesetze (Feder, Reibung, Antrieb):

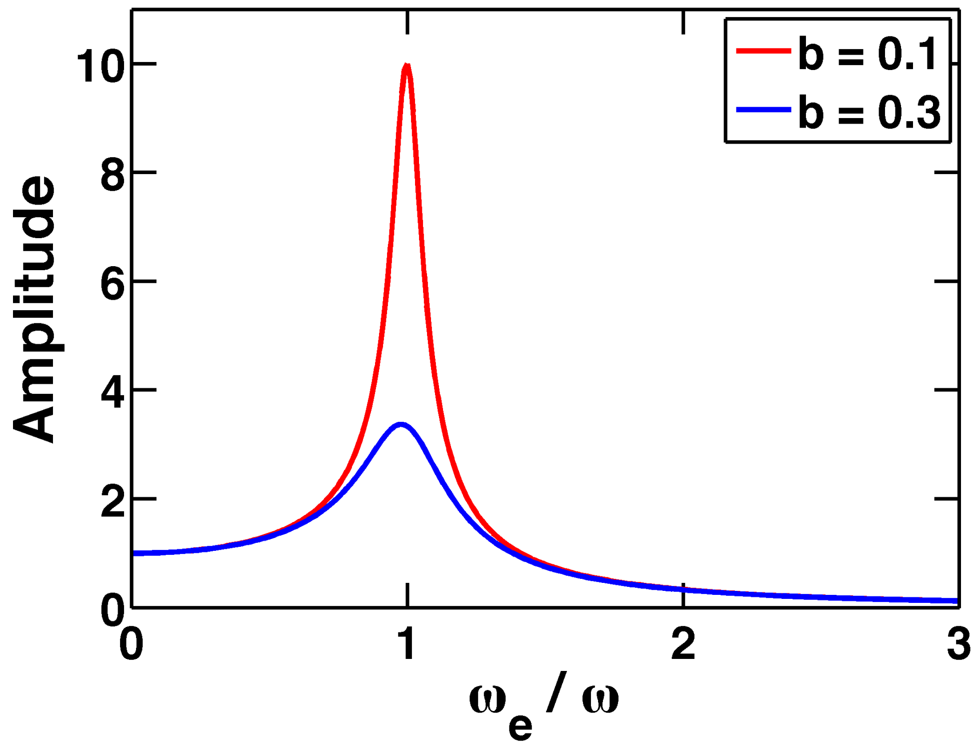
2. Modifizierte Differentialgleichung:

3. Lösung der neuen DG:

Verhalten der getriebenen Schwingung

Grenzfälle:

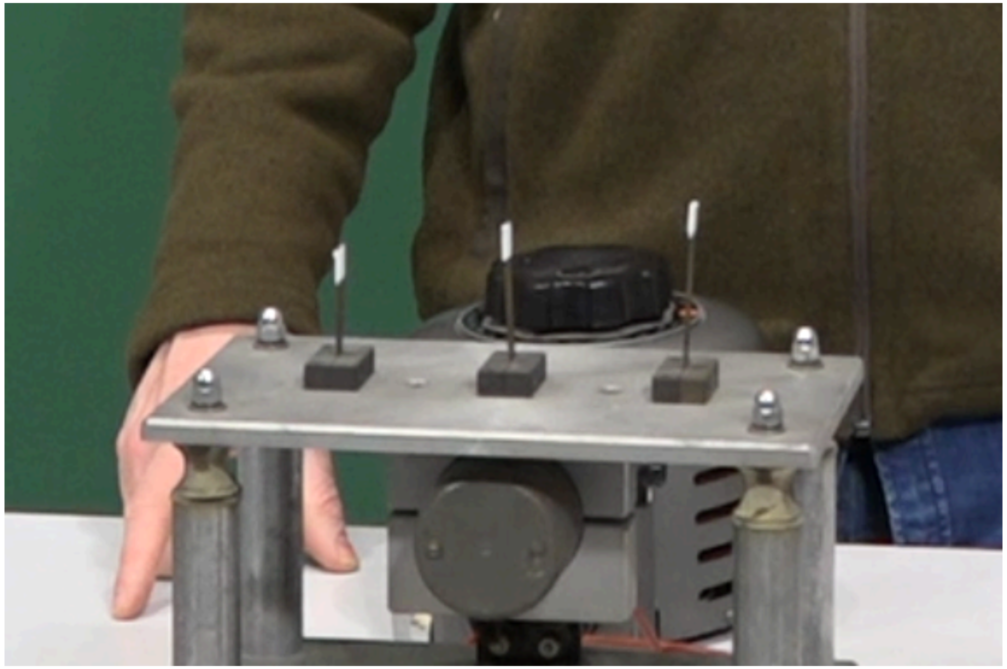
$$A = \frac{F_0}{\sqrt{m^2(\omega^2 - \omega_e^2)^2 + b^2\omega_e^2}}$$

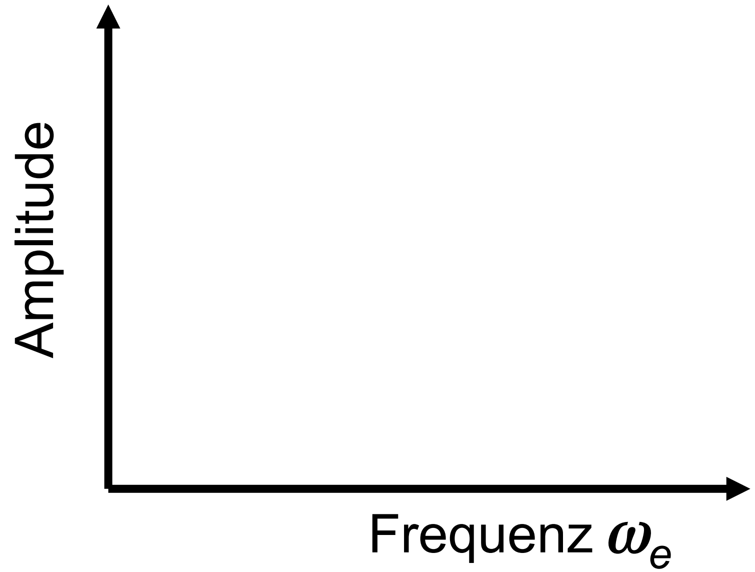


Experiment: Getriebenes Federpendel mit Dämpfung

Resonanz

Experiment: Anregung von Blattfedern

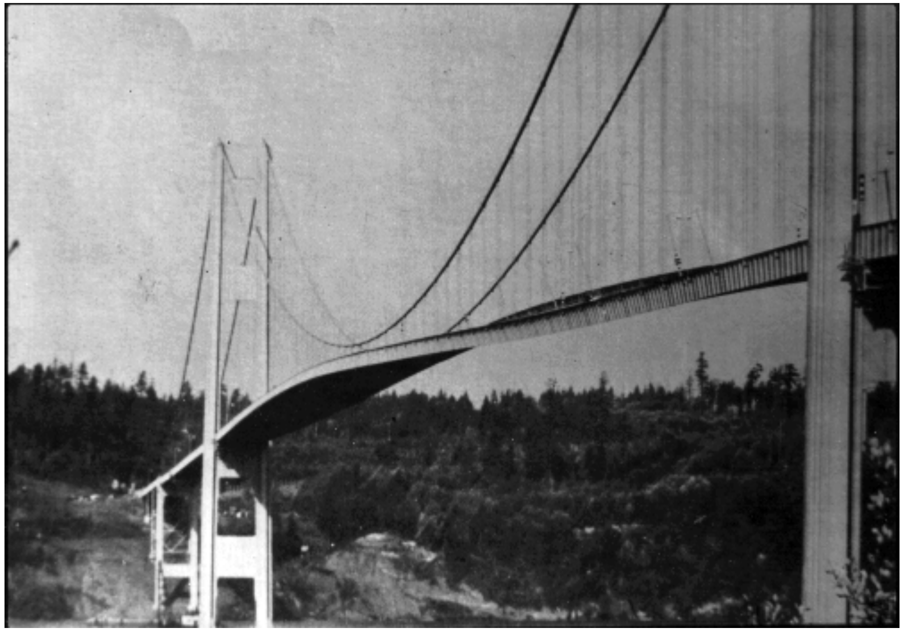




Änderung der Treiber-Frequenz ω_e
erlaubt Bestimmung der Eigenfrequenzen ω.
Für $\omega_e \approx \omega$ wird die Amplitude maximal!

Resonanz mit dramatischen Konsequenzen („Resonanzkatastrophe")

Experiment: „Zersingen des Weinglases"



https://en.wikipedia.org/wiki/File:Image-Tacoma_Narrows_Bridge1.gif

Tacoma Narrows Bridge (July 1 – November 7, 1940)

Film: Takomabridge
https://www.youtube.com/watch?v=XggxeuFDaDU

Zusammenfassung: Harmonische Schwingungen

System mit einer linearen Rückstellkraft, d.h. der Form

Rückstellkraft = − (positive Konstante) • (Auslenkung)

führt harmonische Schwingungen um seine Ruhelage aus. Mathematisch:

$$F = -kx$$ (Hooke)

$$F = ma = m\ddot{x}$$ (Newton II)

Differential-Gleichung: $$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

$$\boxed{\omega^2 = \frac{k}{m}}$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

Lösungen: $$x(t) = A\sin(\omega t + \phi)$$

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

$$x(t) = Ae^{i(\omega t + \phi)}$$

$$\boxed{i^2 = -1}$$

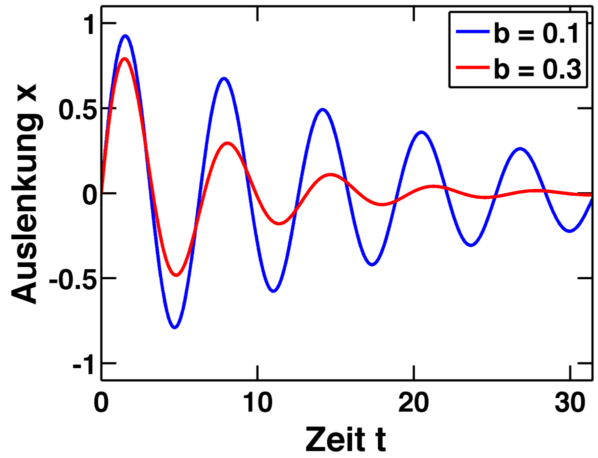
Zusammenfassung: Gedämpfte Schwingungen

Gedämpfte Schwingung:
System mit einer **linearen Rückstellkraft** und **linearen Reibungsterm**

$$F = ma = m\ddot{x} \qquad \text{(Newton II)}$$

$$F = -kx \qquad \text{(Hooke)}$$

$$F_{\text{Reibung}} = -b\dot{x} \qquad \text{(Stokes)}$$



Differential-Gleichung: $$\ddot{x} + \frac{b}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

Lösung: $$x(t) = Ae^{-\delta t}\sin(\omega' t + \phi)$$

$$\boxed{\delta = \frac{b}{2m}} \qquad \boxed{\omega'^2 = \omega^2 - \delta^2}$$