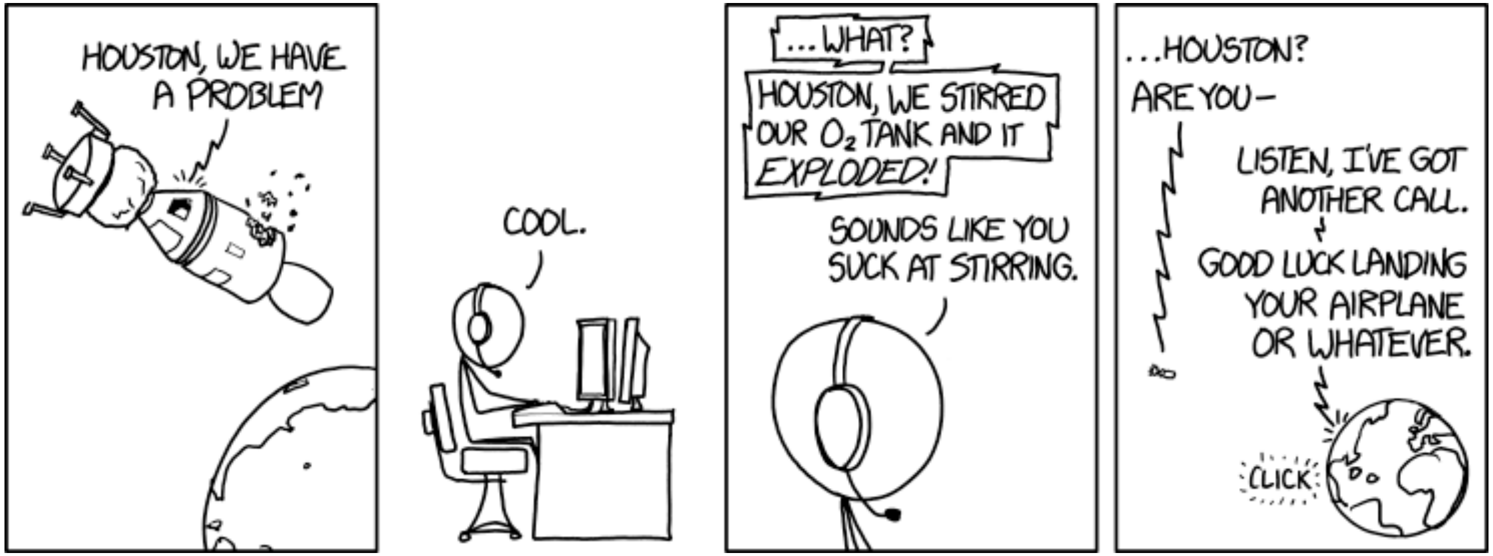
Impuls

Physik 1 für Chemiker und Biologen

6. Vorlesung



https://xkcd.com/1438/

Heute:

- Impuls und Impulserhaltung
- Stöße: elastisch und inelastisch

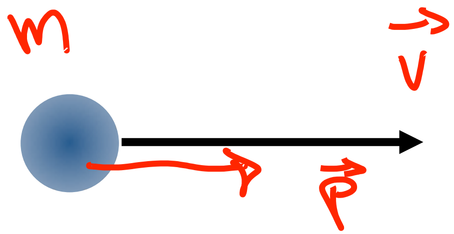
Prof. Dr. Ralf Jungmann

Jungmann@physik.lmu.de

Prof. Dr. Jan Lipfert

Jan.Lipfert@lmu.de

Impuls



$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Einheit:
[*p*] = kg·m/s

Der Impuls-Vektor zeigt in die gleiche Richtung wie der Geschwindigkeitsvektor!

Newtons 2. Axiom in Impulsform:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \dot{\vec{p}} = m\dot{\vec{v}} = m\vec{a} = \vec{F}$$

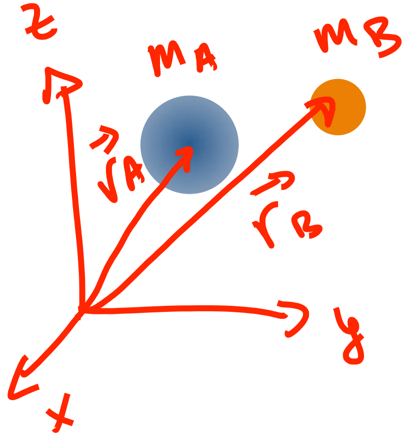
wenn
$m = \text{const.}$

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

Impulssatz

$$m_A \ddot{\vec r}_A + m_B \cdot \ddot{\vec r}_B = \vec F_{AB} + \vec F_{BA}$$

Newton III $\hookrightarrow = \vec F_{AB} - \vec F_{AB} = 0$



$$\Rightarrow \frac{d}{dt}\left(m_A \dot{\vec r}_A + m_B \dot{\vec r}_B\right) = 0$$

$$\Rightarrow m_A \dot{\vec r}_A + m_B \cdot \dot{\vec r}_B = \text{const.}$$
$$= \vec p_A + \vec p_B$$

Summe der äußeren Kräfte = 0

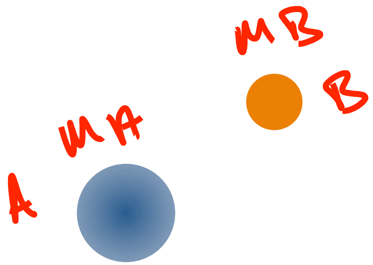
Der Gesamtimpuls $\vec p = \sum_i m_i \dot{\vec r}_i = \sum_i \vec p_i$

eines abgeschlossenen Systems aus Massepunkten m_1, m_2, ... ist zeitlich **konstant**.

Schwerpunktsatz

Schwerpunkt

$$\vec{r}_S = \frac{m_A \vec{r}_A + m_B \vec{r}_B}{m_A + m_B}$$



$$\Rightarrow (m_A + m_B)\,\vec{r}_S = m_A \vec{r}_A + m_B \cdot \vec{r}_B$$

$$\Rightarrow (m_A + m_B)\,\ddot{\vec{r}}_S = m_A \ddot{\vec{r}}_A + m_B \cdot \ddot{\vec{r}}_B = 0$$

siehe letzte Folie

$$\Rightarrow \ddot{\vec{r}}_S = 0 = \vec{a}_S$$

$$\boxed{M = \sum_i m_i}$$ Gesamtmasse

Der Schwerpunkt $\vec{r_S} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \vec{r_i}$

eines abgeschlossenen Systems bewegt sich geradlinig-gleichförmig.

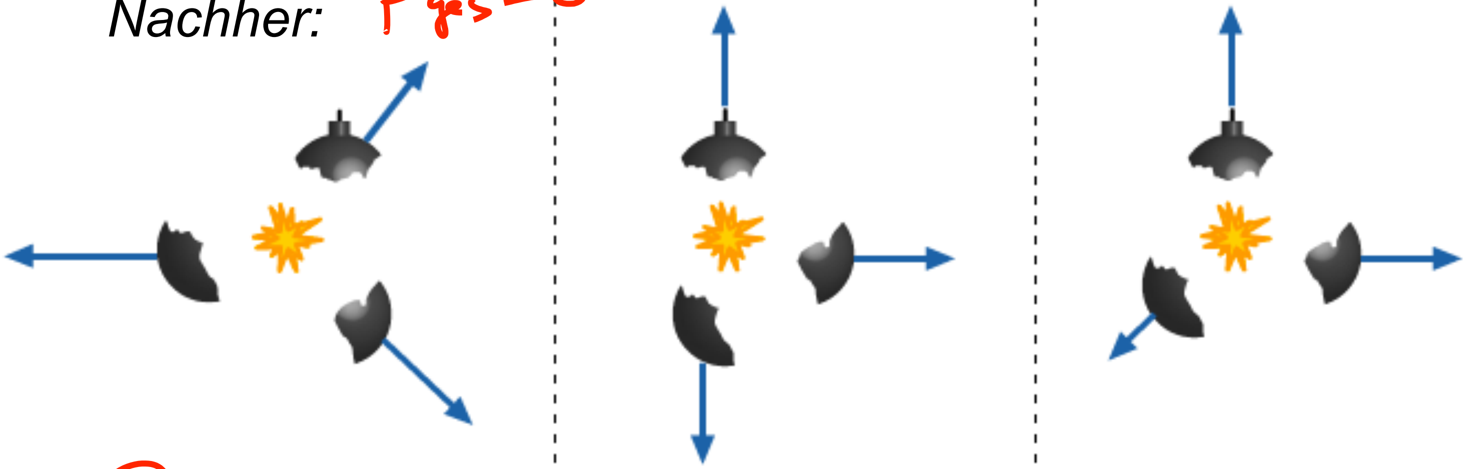
Verständnisfrage zur Impulserhaltung

Eine in Ruhe befindliche Bombe explodiert und zerfällt in drei gleichschwere Teile. Welche Konfiguration der Endgeschwindigkeiten ist möglich?

$\vec{p}_{ges} = 0$

Vorher:

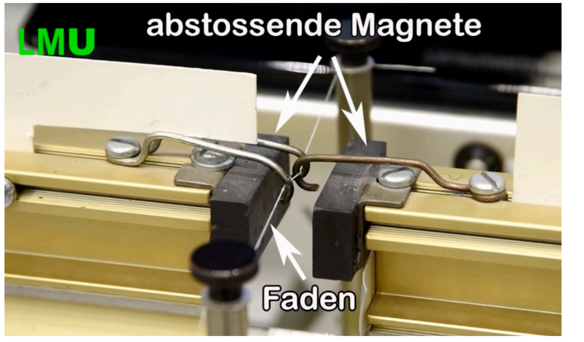
Nachher: $\vec{p}_{ges} = 0$



A B C

Impulserhaltung auf der Luftschiene

Zwei Wagen auf einer Luftschiene starten aus der Ruhe und werden nach links und rechts beschleunigt.



Vorher: $\vec{p}_{ges} = m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$

da $v_1 = v_2 = 0$

Nachher: $\vec{p}_{ges} \overset{!}{=} 0 = m_1 u_1 + m_2 u_2$

$\Rightarrow m_1 u_1 = - m_2 u_2$

1. Versuch $\Rightarrow u_1 = - u_2$

$m_1 = m_2$

2. Versuch $\Rightarrow u_1 = -2 u_2$

$m_2 = 2 \cdot m_1$

Experiment: Impulserhaltung Luftschiene

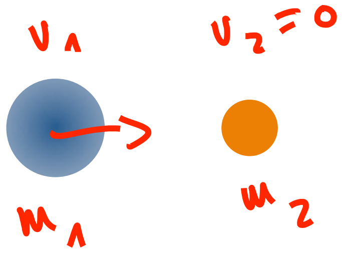
Stöße

Zentraler Stoß: Die Massenmittelpunkte der Körper fliegen in einer geraden Linie aufeinander zu.

1. Grenzfall: **Perfekt (vollständig) inelastischer Stoß** - Impulserhaltung

Impulserhaltung: $m_1 v_1 + m_2 \underbrace{\cancel{v_2}}_{=0} = (m_1 + m_2)\, u$

Vorher:



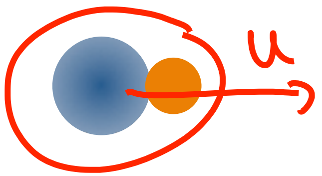
$$\Rightarrow u = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

Betrachte Energie:

$$E_{kin}^{nachher} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\, u^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\frac{m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} v_1^2$$

Nachher:

$$= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \, \frac{m_1}{m_1 + m_2} < \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = E_{kin}^{vorher}$$



$M = m_1 + m_2$

Experiment: Stöße auf der Luftschiene

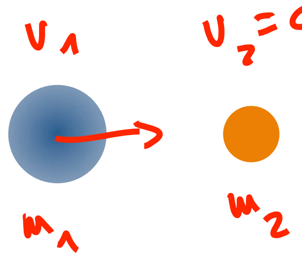
Perfekt elastischer Stoß

2. Grenzfall: **Perfekt elastischer Stoß**: Energieerhaltung + Impulserhaltung

Impulserhaltung:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \underbrace{\cancel{v_2}}_{=0} = m_1 u_1 + m_2 u_2 \Rightarrow m_1 (v_1 - u_1) = m_2 u_2$$

Vorher:



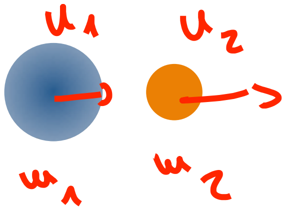
Energieerhaltung:

$$\cancel{\tfrac{1}{2}} m_1 v_1^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}} m_2 \underbrace{\cancel{v_2^2}}_{=0} = \cancel{\tfrac{1}{2}} m_1 u_1^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}} m_2 u_2^2$$

$$\Rightarrow m_1 (v_1 - u_1)(v_1 + u_1) = m_2 u_2^2$$

$$\Rightarrow v_1 + u_1 = u_2 \Rightarrow m_1 v_1 - m_1 u_1 = m_2 (v_1 + u_1)$$

Nachher:



$$\Rightarrow u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_1$$

$$\Rightarrow u_2 = \frac{2 m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

Perfekt elastischer Stoß: Grenzfälle

- Gleiche Massen

$$m_1 = m_2$$

$u_1 = 0$

$u_2 = v_1$

- Schweres Ziel

$$m_1 \ll m_2$$

$u_1 \approx -v_1$

$u_2 \approx \frac{2m_1}{m_2} v_1 \approx 0$

- Schweres Geschoss

$$m_1 \gg m_2$$

$u_1 \approx v_1$

$u_2 \approx 2v_1$

$$u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$$

$$u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

Experiment: Stoßkugeln

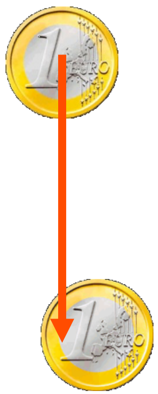
Experiment: Zwei Flummies

Experiment: Stahlkugel auf Glasplatte

Reale Stöße liegen oft zwischen den Grenzfällen!

Nicht-zentrale Stöße:
Impuls-Erhaltung ist ein vektorielles Gesetz

Beispiel: Münze stößt **nicht zentral** mit ruhender Münze gleicher Masse. Der Stoß ist genähert elastisch. *In welche Richtungen bewegen sich die Münzen nach dem Stoß?*



https://de.wikipedia.org/wiki/Billard

Gilt vektoriell !

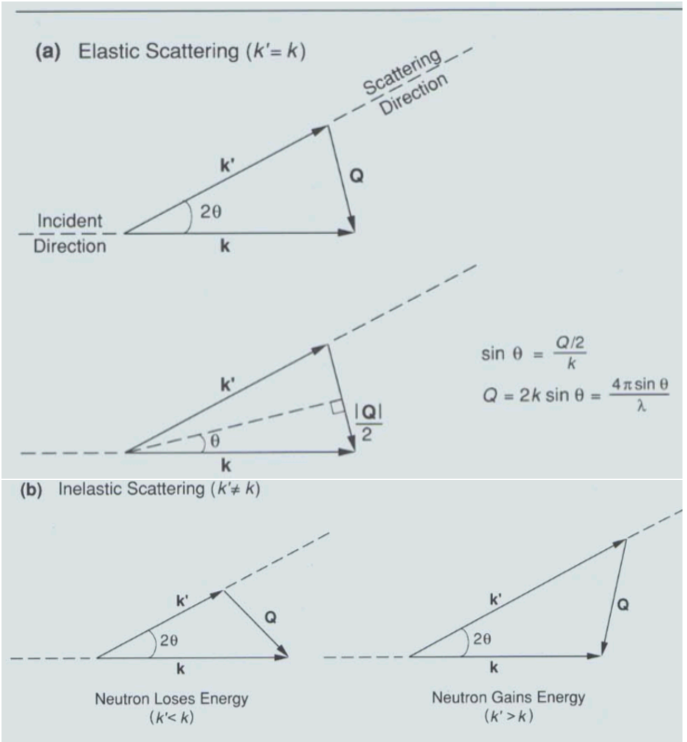
Impuls-Erhaltung:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$$

Energie-Erhaltung:

$$\underbrace{E_{kin,1} + E_{kin,2}}_{\text{vorher}} = \underbrace{E'_{kin,1} + E'_{kin,2}}_{\text{Nachher}}$$

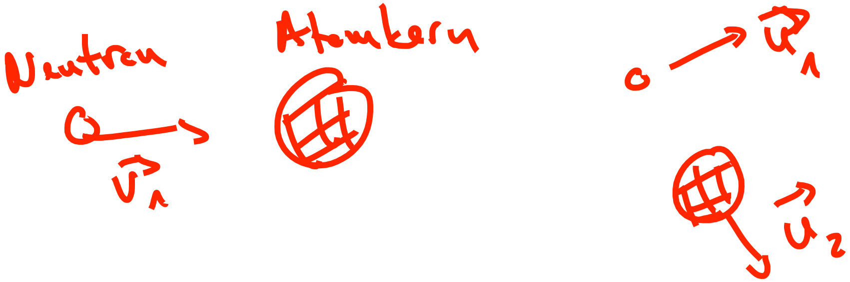
Stoßgesetze auf mikroskopischer Skala: Beispiel Neutronenstreuung



Roger Pynn, *Neutron scattering primer*

https://de.wikipedia.org/wiki/Technische_Universit%C3%A4t_M%C3%BCnchen

Forschungsreaktor in Garching (TUM)



Raketenphysik

Bei $t = 0$: m_0, $v_0 = 0$

Im Intervall dt: $-w \cdot dm = m \, dv$

$$\Rightarrow \underbrace{-w \frac{dm}{dt}}_{\text{„Schub"}} = m \cdot \frac{dv}{dt} = m a$$

$$\Rightarrow \frac{dm}{m} = -\frac{1}{w} dv$$

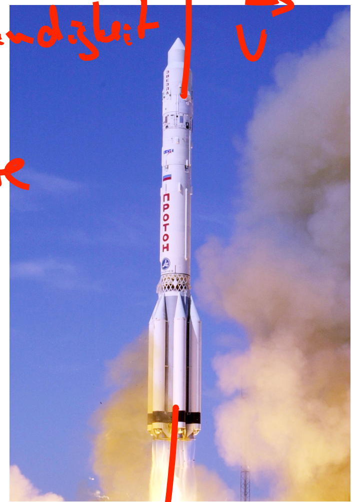
Integriere

$$\ln\left(\frac{m}{m_0}\right) = -\frac{1}{w}(v - v_0) = -\frac{1}{w} \cdot v$$

$$\Rightarrow v(t) = w \ln\left(\frac{m_0}{m(t)}\right)$$

„Proton" Rakete

Geschwindigkeit der Rakete $\vec{v}$



https://de.wikipedia.org/wiki/Proton_%28Rakete%29

$\vec{w}$ $w \hat{=}$ Ausström-Geschwindigkeit

Experiment: Wasserrakete

Zusammenfassung: Impuls

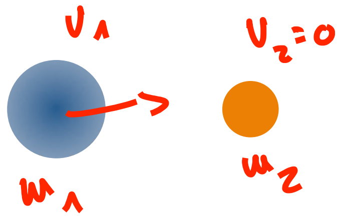
- Definition des Impuls $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$
- 2. Newtonsches Axiom in Impulsform: $$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \dot{\vec{p}}$$
- Impulserhaltung:

Der Gesamtimpuls $\vec{p} = \sum_i m_i \dot{\vec{r}_i} = \sum_i \vec{p}_i$

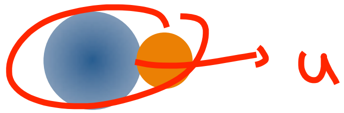
eines abgeschlossenen Systems aus Massepunkten m_1, m_2, ... ist zeitlich **konstant**.

$\sum F_{extern} = 0$

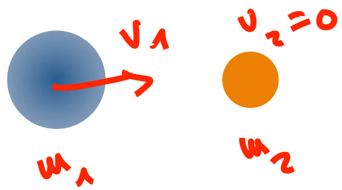
Zusammenfassung: Stöße



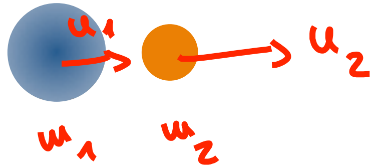
1. Grenzfall: **Perfekt (vollständig) inelastischer Stoß**



Impulserhaltung



2. Grenzfall: **Perfekt (vollständig) elastischer Stoß**



Impulserhaltung
+ Energieerhaltung

Inelastischer Stoß

$$u = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

Elastischer Stoß

$$u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$$

$$u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

Zusammenfassung: Raketenphysik

„Proton“ Rakete

https://de.wikipedia.org/wiki/Proton_%28Rakete%29

Impulserhaltung für nicht konstante Masse

- Effektive Ausströmgeschwindigkeit: w
- <u>*Schub*</u> („Antriebskraft“ der Rakete): $-w\dfrac{dm}{dt} \quad \left(= m\dfrac{dv}{dt}\right)$
- Geschwindigkeit nach Zeit *t*: $v(t) = -w\ln\left(\dfrac{m(t)}{m_0}\right)$

Typisch:

$w = 4500 \frac{m}{s}$

$\frac{m_0}{m(t)} \approx 30 - 100$

$v(t) = w \cdot \ln\left(\frac{m_0}{m(t)}\right)$

$= w \ln\left(\frac{m_R + m_T}{m_R}\right)$

m_R = Masse der Rakete

m_T = Masse des Treibstoffes