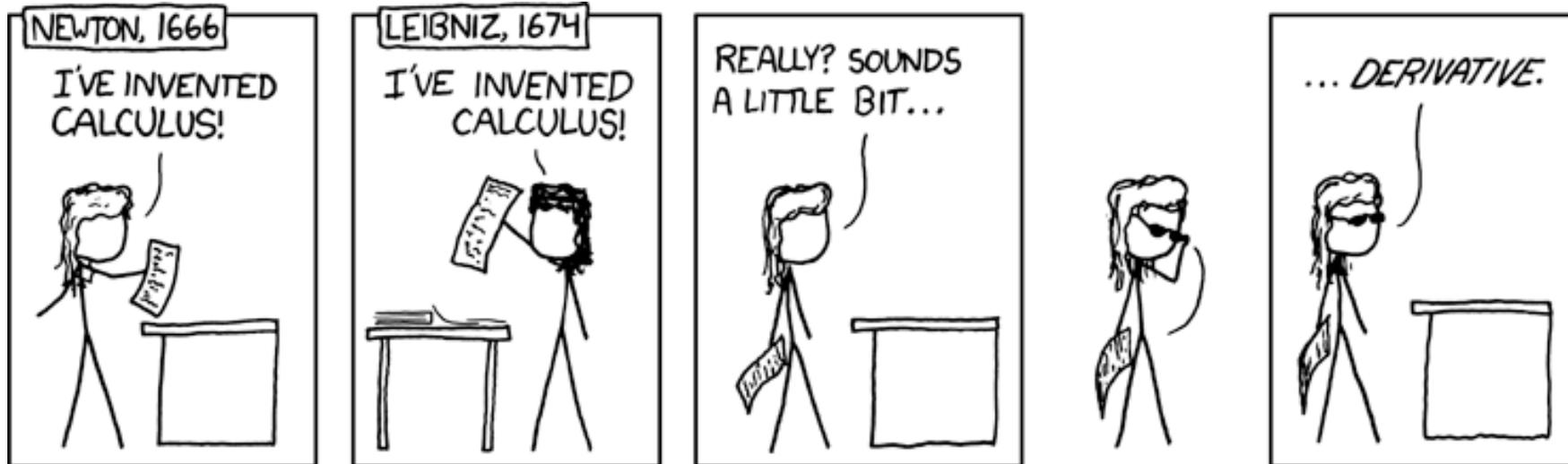


Citius, altius, fortius

Physik 1 für Chemiker und Biologen 3. Vorlesung



<https://xkcd.com/626/>

Heute:

- Bewegungen in 1, 2 und 3 D
- Freier Fall und Flugbahnen
- Kräfte und Bewegung
- Newtonschen Axiome

Prof. Dr. Ralf Jungmann

Jungmann@physik.lmu.de

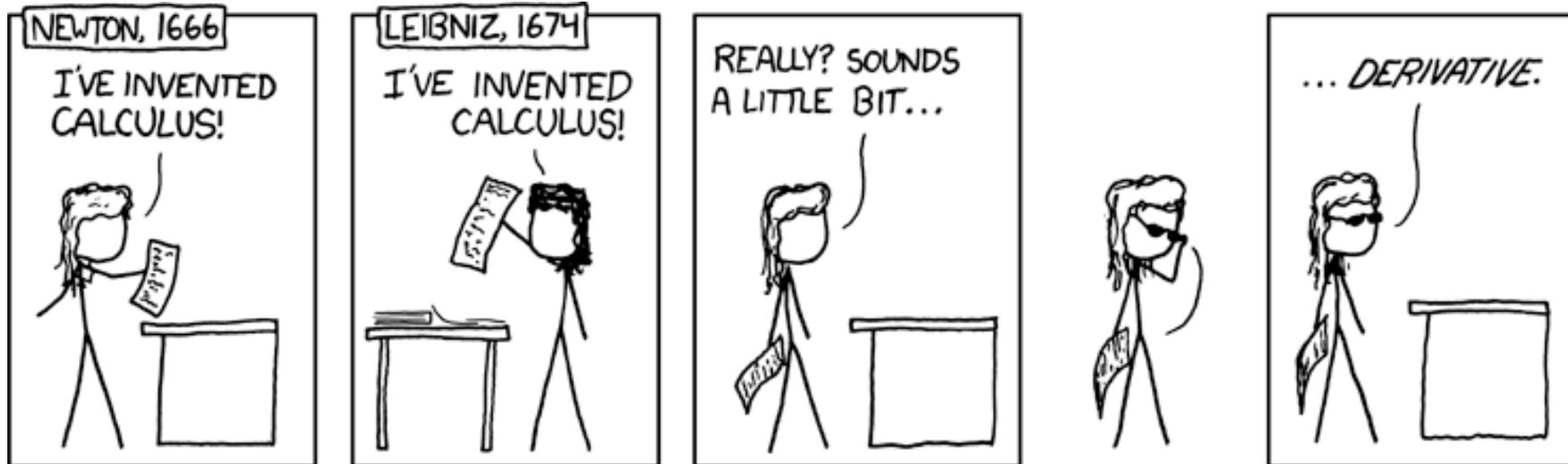
Prof. Dr. Jan Lipfert

Jan.Lipfert@lmu.de

Citius, altius, fortius

Physik 1 für Chemiker und Biologen

3. Vorlesung



<https://xkcd.com/626/>

Heute:

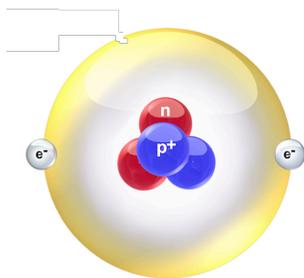
- Bewegungen in 1, 2 und 3 D
- Freier Fall und Flugbahnen
- Kräfte und Bewegung
- Newtonschen Axiome

Definitionen: Kinematik, Dynamik, Punktmassen

Kinematik: Fragt nach dem „Wie“, dem Ablauf der Bewegung, ohne nach dem „Warum“ zu fragen.

Dynamik: Fragt nach den Ursachen von Bewegung, bzw. eigentlich nach den Ursachen einer Änderung des Bewegungszustandes

Punktmassen (oder Massenpunkte): Näherung eines Körpers mit einer Masse als punktförmig, d.h. wir vernachlässigen insbesondere Rotation und Deformationen des Körpers.



https://en.wikipedia.org/wiki/Bohr_model

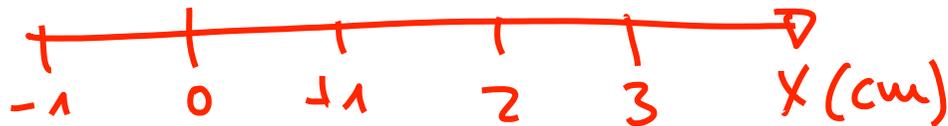


<https://de.wikipedia.org/wiki/Erde>

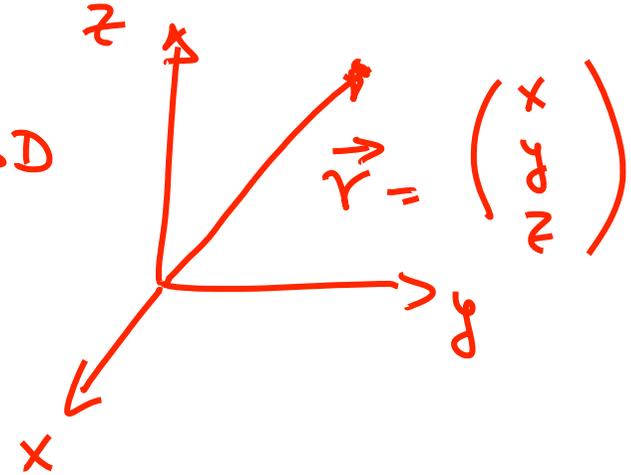
Bewegungen in 1, 2 und 3D

- **Ort:** Bezugssystem; Ortsvektor; Verschiebung:

1D



2 / 3D



- **Mittlere Geschwindigkeit**
= Durchschnittsgeschwindigkeit:

$$\bar{v} = \langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

- Momentangeschwindigkeit = **Geschwindigkeit:**
(Latein: „*velocitas*“; Englisch: „*velocity*“)

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

Geschwindigkeit einer Pistolenkugel

Experiment:



http://de.fallout.wikia.com/wiki/Automatische_45-Pistole

$$\Delta x = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta \phi}{360^\circ} \cdot \frac{1}{f} = \frac{10^\circ}{360^\circ} \cdot \frac{1}{25 \frac{1}{\text{s}}} = 0,001 \text{ s}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0,5 \text{ m}}{0,001 \text{ s}} = 500 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Experiment: Geschößgeschwindigkeit

Beschleunigung

- **Mittlere Beschleunigung**
= Durchschnittsbeschleunigung:

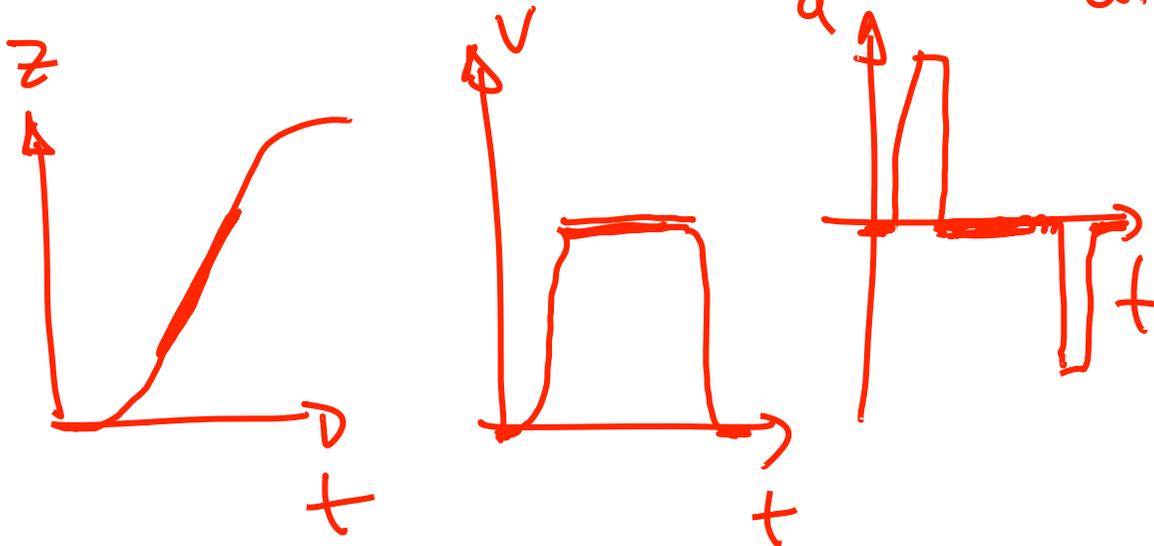
$$\langle a \rangle = \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

- Momentanbeschleunigung
= **Beschleunigung**:
(Latein: „**acceleratio**“;
Englisch: „**acceleration**“)

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right)$$

$$= \frac{d^2 x}{dt^2} = \dot{v} = \ddot{x}$$

BEISPIEL: Fahrt im Aufzug



Sonderfall: Gleichmäßig beschleunigte Bewegung

$$a = \text{const.}$$

$$v = \int_0^t a dt' = at + v_0$$

$$x = \int_0^t v(t') dt' = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$v_0 \hat{=} v \text{ zur Zeit } t=0$$

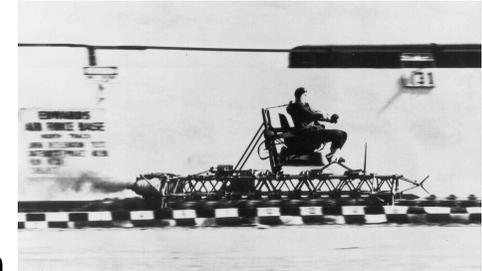
$$x_0 \hat{=} x \text{ zur Zeit } t=0$$

BEISPIEL: Murphy's law und Raketenschlitten

Gleichmäßig beschleunigte Bewegung:

$$a = \text{const} \quad v = at + v_0 \quad x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

Dr. Stapp beschleunigt seinen Raketenschlitten aus dem Stand mit 300 m/s^2 . Wie lange dauert es, bis er 1000 km/h erreicht hat? Wie lang ist die Beschleunigungsstrecke?



https://de.wikipedia.org/wiki/John_Paul_Stapp



https://de.wikipedia.org/wiki/John_Paul_Stapp

$$a = 300 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} ; x_0 = 0, v_0 = 0$$

$$v = at = 1000 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 278 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow t = \frac{v}{a} = \frac{278 \text{ m/s}}{300 \text{ m/s}^2} \approx 0,93 \text{ s}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}a \left(\frac{v}{a}\right)^2 = \frac{1}{2} \frac{v^2}{a}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{(278 \text{ m/s})^2}{300 \text{ m/s}^2} \approx 130 \text{ m}$$

Nebenbemerkung: Höhere Ableitungen des Ortes nach der Zeit

Es gibt auch noch höhere Ableitungen des Ortes nach der Zeit:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt} = \dot{\vec{x}}$$

Geschwindigkeit (Englisch: **velocity**)

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{x}}{dt^2} = \ddot{\vec{x}}$$

Beschleunigung (Englisch: **acceleration**)

$$\vec{j} = \frac{d^3\vec{x}}{dt^3} = \overset{\cdot\cdot\cdot}{\vec{x}}$$

Ruck (Englisch: **jerk**)

$$\vec{s} = \frac{d^4\vec{x}}{dt^4} = \overset{\cdot\cdot\cdot}{\ddot{\vec{x}}}$$

? (Englisch: **snap**)

$$\vec{c} = \frac{d^5\vec{x}}{dt^5}$$

? (Englisch: **crackle**)

$$\vec{p} = \frac{d^6\vec{x}}{dt^6}$$

? (Englisch: **pop**)

Astro-
Physik



Sonderfall der gleichmäßig beschleunigten Bewegung: Freier Fall

Für den freien Fall in Nähe der Erdoberfläche gilt: $a = g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Ohne Reibung.
Freier Fall $\hat{=}$ gleichmäßig beschleunigte Bewegung



<http://www.leifiphysik.de/themenbereiche/freier-fall-senkrechter-wurf>

Experiment: Überlagerte Bewegungen mit Kugel - senkrecht und waagrecht

Welche Kugel erreicht den Boden zuerst?

- A) Die seitwärts beschleunigte Kugel
- B) Die direkt nach unten fallende Kugel

C) Beide Kugeln erreichen den Boden gleichzeitig ✓

Freier Fall und Flugbahnen



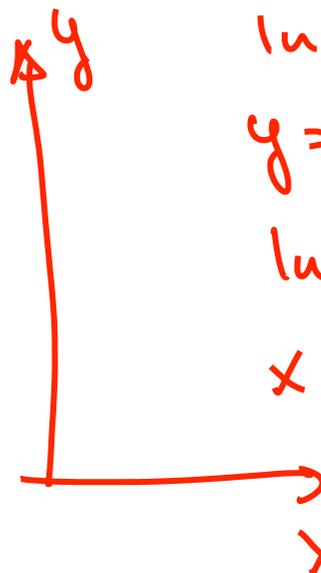
<http://www.leifiphysik.de/themenbereiche/freier-fall-senkrechter-wurf>

Zwei Grundideen:

1) Freier Fall (ohne Luftwiderstand) ist ein Sonderfall der konstant beschleunigten Bewegung.

$$a = g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

2) Die einzelnen Komponenten (x,y,z) der Bewegung beeinflussen sich nicht.



In y-Richtung:

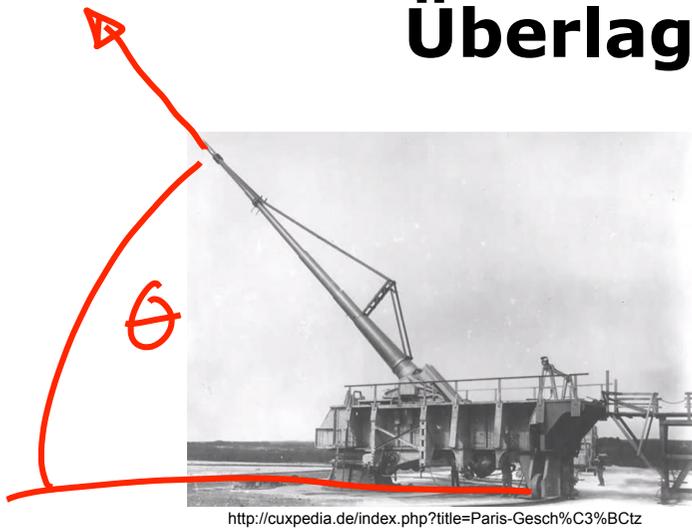
$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0,y}t + y_0$$

In x-Richtung:

$$x = v_{0,x}t + x_0$$

Experiment: Kanonenwagen

Überlagerte Bewegung in 2D



Geschütz aus dem 1. Weltkrieg

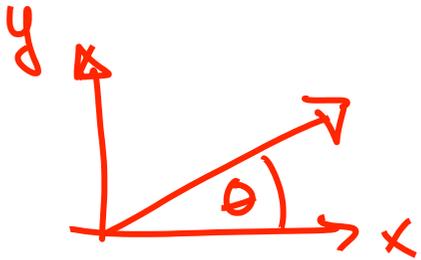
Unter welchem Winkel fliegt die Kugel am weitesten?

A) 30°

B) 45°

C) 60°

Schiefer Wurf – Ballistik



$$v_{0,x} = v_0 \cdot \cos \theta$$

$$v_{0,y} = v_0 \cdot \sin \theta$$

$$t = 0$$

„Abschuß“

$$x_0 = 0$$
$$y_0 = 0$$

Allgemein: $y = \frac{1}{2} a t^2 + v_{0,y} t + y_0$

$$\Rightarrow y = v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

Kugel erreicht den Boden: $y = 0$

$$\Rightarrow t = \frac{2 v_0 \sin \theta}{g}$$

Strecke in x: $x = v_{0,x} t + x_0 = (v_0 \cos \theta) t$

$$x = (v_0 \cos \theta) \frac{2 v_0 \sin \theta}{g} = \frac{2 v_0^2 \sin \theta \cos \theta}{g}$$
$$= \frac{v_0^2}{g} \sin(2\theta) \Rightarrow \text{maximal f\u00fcr } \theta = 45^\circ$$

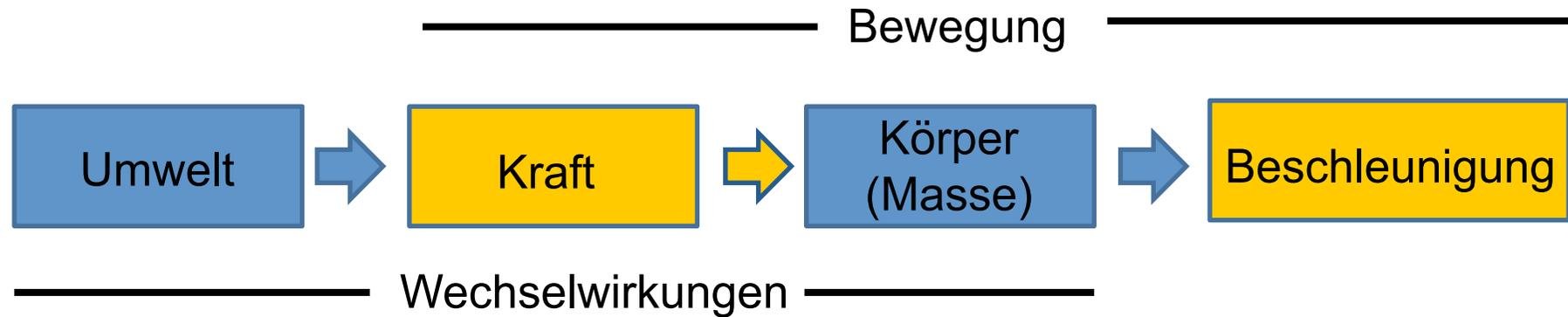
$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin(2\alpha)$$

Experiment: Affenschussvideo

Kräfte und Bewegung

Kinematik: Fragt nach dem „Wie“, dem Ablauf der Bewegung, ohne nach dem „Warum“ zu fragen

Dynamik: Fragt nach den Ursachen von Bewegung, bzw. eigentlich nach den Ursachen einer Änderung des Bewegungszustandes



<http://www.leifiphysik.de/themenbereiche/freier-fall-senkrechter-wurf>

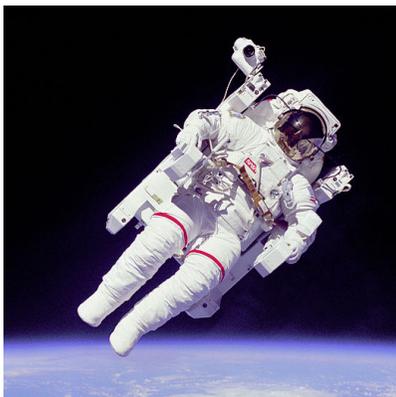


<https://de.wikipedia.org/wiki/Dragster>

1. Newtonsches Axiom

Ein sich selbst überlassener Körper (d.h. ohne auf ihn wirkende Kraft) bewegt sich gradlinig gleichförmig - er ändert seine Geschwindigkeit nicht. (Galileisches Trägheitsprinzip)

Ruhe ist nur ein Spezialfall einer gradlinig gleichförmigen Bewegung mit Geschwindigkeit $v = 0$.



<https://en.wikipedia.org/wiki/Astronaut>

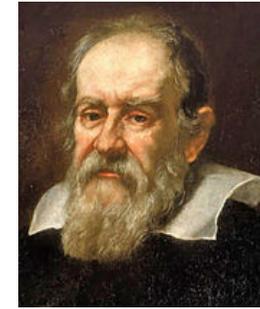
Video: „Human Momenta“
<https://www.youtube.com/watch?v=txB0mVpcx8w>

Experiment:
Luftschiene als Inertialsystem



https://de.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton

Isaac Newton
(1642-1727)



https://de.wikipedia.org/wiki/Galileo_Galilei

Galileo Galilei
(1564-1642)

Aristoteles vs. Newton

1. Newtonsches Axiom: Ein Körper ändert ohne eine auf ihn wirkende Kraft seine Geschwindigkeit (Betrag und Richtung) nicht.



https://de.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton

Isaac Newton
(1642-1727)

Unsere Erfahrung bestätigt das nicht immer!



Quelle: Deutsche Fotothek

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fotothek_df_roe-neg_0000540_003_Pferdepflug_im_Johannapark.jpg



https://de.wikipedia.org/wiki/Startblock_%28Laufsport%29

Aristoteles vs. Newton

1. Newtonsches Axiom: Ein Körper ändert ohne eine auf ihn wirkende Kraft seine Geschwindigkeit (Betrag und Richtung) nicht.



https://de.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton

Isaac Newton
(1642-1727)



<https://de.wikipedia.org/wiki/Aristoteles>

Aristoteles
(384-322 v. Chr.)

Ohne Kraft keine Bewegung!

Wer hat Recht?

Newton hat Recht!

Entscheidend ist dabei, dass man alle Kräfte berücksichtigt. Das beinhaltet auch Reibungskräfte, Luftwiderstand, etc.

Inertialsysteme

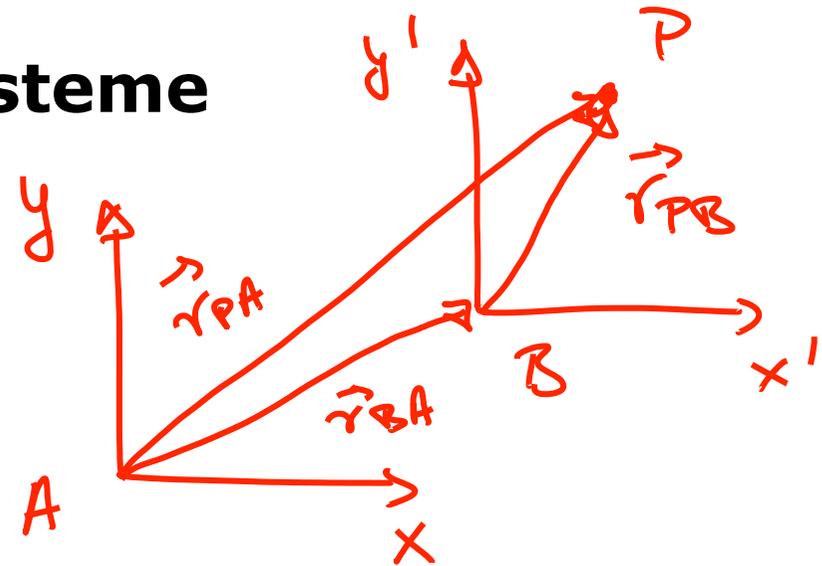
Bewegte Bezugssysteme:

$$\vec{r}_{PA} = \vec{r}_{PB} + \vec{r}_{BA}$$

$$\vec{v}_{PA} = \vec{v}_{PB} + \vec{v}_{BA}$$

Relativgeschwindigkeit
der Bezugssysteme

$$\vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB} + \vec{a}_{BA} \quad \text{wenn } \vec{v}_{BA} = \text{const.} \Rightarrow \vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB}$$



In Bezugssystemen, die sich zueinander mit konstanter Geschwindigkeit bewegen, wird die gleiche Beschleunigung gemessen.

Inertialsysteme sind Systeme in denen das 1. Newtonsche Axiom gilt.

2. Newtonsches Axiom

„Die Änderung der Bewegung ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und geschieht nach der Richtung derjenigen geraden Linie, nach welcher jene Kraft wirkt.“

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

- **Einheiten:** $[a] = \text{m} / \text{s}^2$ und $[F] = \text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2 = 1 \text{ N (Newton)}$
- F ist die **Gesamtkraft**, die Summe aller auf den Körper wirkenden Kräfte.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

- Die Gleichungen gelten **komponentenweise!**

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = m \cdot \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}$$

- 1. Axiom ist ein Spezialfall des 2. Axioms (für $F = 0$).

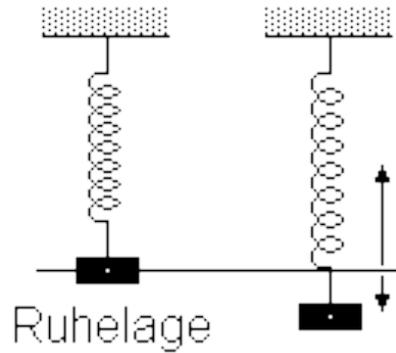
$$m = \frac{\vec{F}}{\vec{a}}$$

- Bestimmungsgleichung für die **träge Masse** m

Verschiedene Kräfte

Federkraft

$$\vec{F} = -k \cdot \vec{x}$$



<https://de.wikipedia.org/wiki/Federpendel>

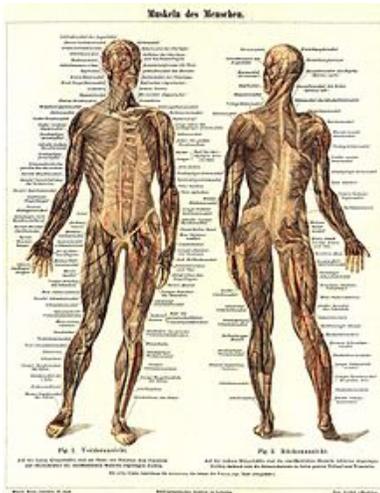
Gewichtskraft



<http://www.leifiphysik.de/themenbereiche/freier-fall-senkrechter-wurf>

Reibungskraft

Muskelkraft



<https://de.wikipedia.org/wiki/Muskulatur>

Motorkraft



<https://de.wikipedia.org/wiki/Motorrad>

Gewichtskraft

$$\vec{F}_{\text{Gewicht}} = m \cdot \vec{g}$$

- In der Regel: Gravitationskraft der Erde (dazu später mehr)
- Zeigt immer zum Erdmittelpunkt, d.h. „direkt / senkrecht nach unten“

Experiment: Fallrohr

Beim Fall im Vakuum-Fallrohr, wer kommt zuerst unten an?

A) Die Feder

$$F = m \cdot g = m \cdot a$$

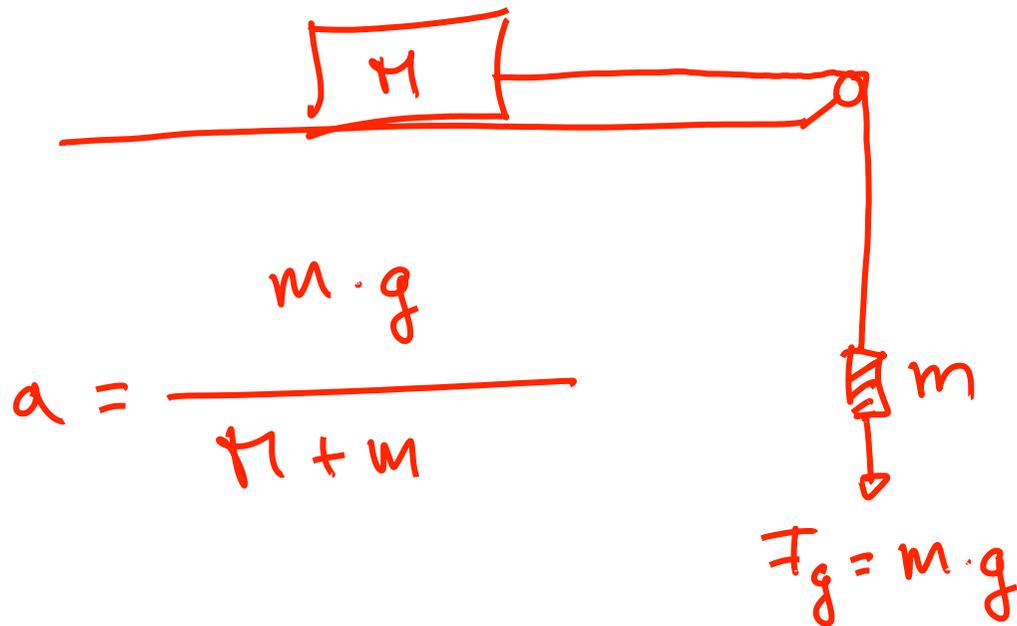
B) Die Kugel

C) Beide gleichzeitig ✓

- **Normalkraft:** Kraft des Bodens / der Auflage auf einen Körper, der der Gewichtskraft entgegengesetzt ist
- **Gewicht:** Der Betrag der Gravitationskraft, die auf einen Körper wirkt
- **Masse \neq Gewicht!**

2. Newtonsches Axiom - Anwendung

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = M_{\text{ges}} \cdot a \quad M_{\text{ges}} = M + m$$



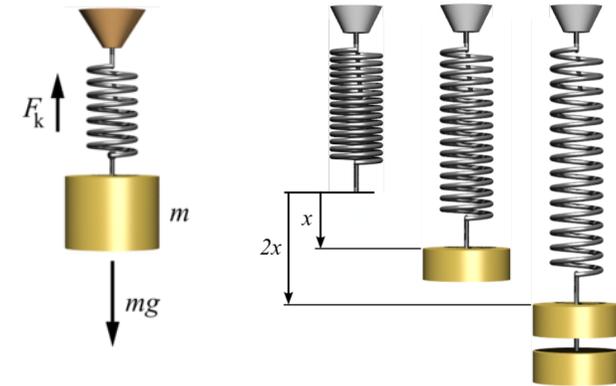
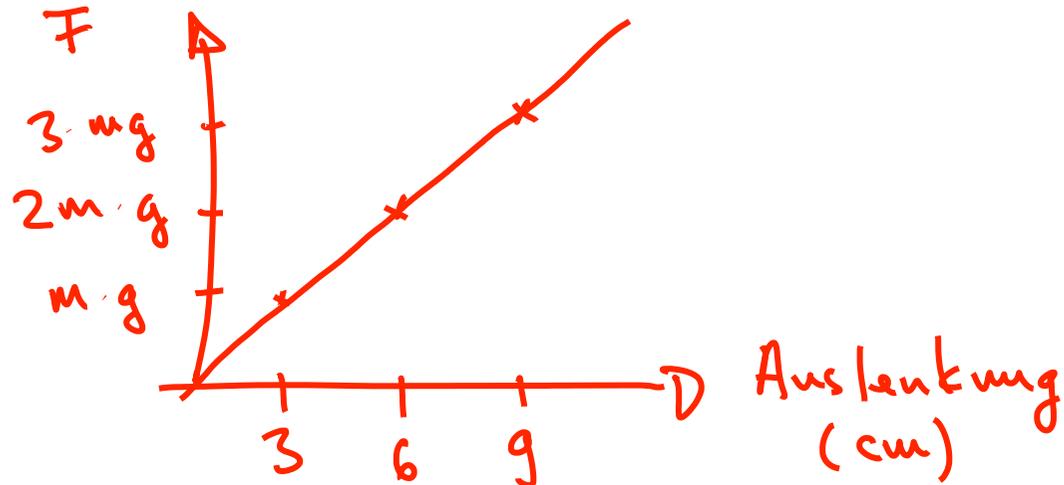
Experiment: Luftschiene $F = m \cdot a$

Hookesches Gesetz

Lineares, elastisches Verhalten einer Feder:

$$F = -k \cdot x$$

Experiment: Hookesches Gesetz



https://en.wikipedia.org/wiki/Hooke%27s_law#/media/File:Hooke%27s_law-springs.png

- Viele Festkörper verhalten sich für kleine Auslenkungen (Dehnung oder Kompression) wie Hookesche Federn.
- ABER: Für große Auslenkungen treten nicht-lineare Effekte auf!

Hooksches Gesetz

Lineares, elastisches Verhalten einer Feder:

$$F = -k \cdot x$$



Robert Hooke (1678):
„*Ut tensio, sic vis*“
(„Wie die Auslenkung, so die Kraft“)



3. Newtonsches Axiom

„Kräfte treten immer paarweise auf.
Übt ein Körper A auf einen anderen Körper B eine Kraft aus (actio), so wirkt eine gleich große, aber entgegengerichtete Kraft von Körper B auf Körper A (reactio).“

„Actio est reactio“ $F_{AB}^{\vec{}} = -F_{BA}^{\vec{}}$

WICHTIG: Es geht hier um die Kräfte, die auf zwei verschiedene Körper wirken!

Experiment: Skateboards Actio=Reactio

Zusammenfassung: Ort, Geschwindigkeit, Beschleunigung

Ort: $x(t)$ $\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

Mittlere Geschwindigkeit: $\bar{v} = \langle v \rangle = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

(Momentan-)

Geschwindigkeit:

(Latein: „**velocitas**“

Englisch: „**velocity**“)

$$v(t) = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

Mittlere Beschleunigung:

$$\bar{a} = \langle a \rangle = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

(Momentan-)

Beschleunigung:

(Latein: „**acceleratio**“

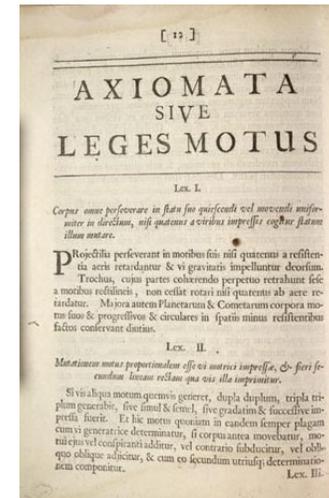
Englisch: „**acceleration**“)

$$a(t) = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{d^2 x}{dt^2} = \dot{v} = \ddot{x}$$

Zusammenfassung: Newtons Axiome

<p>1. Axiom Trägheitsprinzip</p>	<p>Ein Körper ändert ohne effektive Kraft seine Geschwindigkeit nicht.</p>
<p>2. Axiom Aktionsprinzip</p>	<p>Beschleunigung ist proportional zur Kraft und umgekehrt proportional zur Masse.</p> $\vec{F} = m\vec{a}$
<p>3. Axiom Reaktionsprinzip</p>	<p>Kräfte treten immer paarweise auf. Actio = Reactio.</p>

Newton's Axiome sind ein Spezialfall/Grenzfall der Quantenmechanik (sehr kleine Objekte verhalten sich anders) und der speziellen Relativitätstheorie (sehr schnelle Objekte verhalten sich anders).



https://de.wikipedia.org/wiki/Newton'sche_Gesetze
Principia Mathematica (1687)