Wiederholungsklausur

Vorname: Muster **Nachname:** Lösung

Matrikelnummer: ______

Studiengang: Chemie ☐ Biologie ☐ Lehramt ☐ Sonstiges: ______

- Bitte schreiben Sie Ihren Namen auf jede Seite und legen Sie Ihren Lichtbildausweis bereit.
- Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner, ein beidseitig beschriebenes DIN A4 Blatt, Wörterbuch
- Bearbeitungszeit: 120 min
- Ergebnisse bitte nur auf die Aufgabenblätter (ggf. auch die Rückseiten beschreiben).
- Viel Erfolg!

Aufgabe	Erreichte Punkte	Mögliche Punkte
1		30
2		20
3		20
4		15
5		15
Σ		100

Einige nützliche Konstanten

Gravitationskonstante $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ m^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$
Erdmasse $M_E = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg
Erdradius $R_E \approx 6400$ km
Dichte von Luft bei Normaldruck und T = 20°C: 1,2 kg/m^3
Dichte von Wasser bei Normaldruck und T = 20°C: 1000 kg/m^3
Viskosität von Wasser bei Normaldruck und T = 20°C: 0,001 Pa·s = 0,001 kg/(m·s)
Normaldruck: 1 atm = 1013 mbar = $1{,}013 \cdot 10^5$ Pa
Avogadro-Konstante: $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}
Boltzmann-Konstante: $k_B = 1{,}381 \cdot 10^{-23}$ J/K
Gas-Konstante: $R = 8{,}314$ J/(K · mol)
1 cal (Kalorie) = 4,1868 J

Name: ______________________________

Aufgabe 1

Verständnisfragen (30 Punkte). Geben Sie kurze Antworten (1-2 Sätze, bzw. kurze Rechnung, bzw. einfache Skizze) auf die folgenden Fragen.

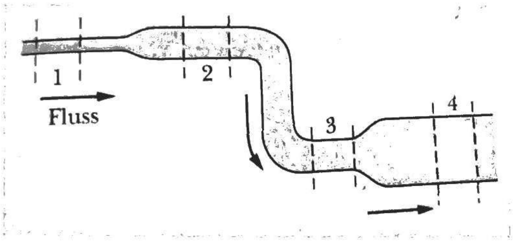
a) Wie verändert sich die Schwingungsfrequenz eines harmonischen Federpendels wenn man i) die Masse verdoppelt? ii) die Federkonstante verdoppelt? iii) die Amplitude verdoppelt?

V10, F14

$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ i) Doppelte Masse $\Rightarrow$ f reduziert um $\sqrt{2}$; ii) Doppeltes k $\Rightarrow$ f erhöht um $\sqrt{2}$; iii) Doppelte Amplitude $\Rightarrow$ ändert f nicht.

b) **Strömung im Rohr I.** Durch das Rohr in der Abbildung unten fließt eine laminare Wasserströmung abwärts. Ordnen Sie die vier nummerierten Abschnitte nach der Strömungsgeschwindigkeit v in ihnen (größte zuerst). Sie können das Wasser im Rohr als inkompressibel und reibungsfrei nähern.

V9, F10



$v_1 > v_2 = v_3 > v_4$

$A \cdot v = \text{const}$!

(„Je kleiner der Querschnitt, desto höher die Geschwindigkeit")

c) **Strömung im Rohr II.** Ordnen Sie vier Rohrabschnitte aus der letzten Teilaufgabe nach ihrem Wasserdruck (ohne Staudruck), größter Druck zuerst.

V9, F12

$p + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{const.}$

Als Hinweis war gegeben, dass der „p-Term" gesucht ist.

$p_4 > p_3 > p_2 > p_1$

(„Je tiefer und je größer der Querschnitt, desto größer der Druck p")

Name: ______________________________

d) **Fadenpendel.** Eine Geologin misst mit einem (als mathematisches Pendel genähertem) Fadenpendel die lokale Schwerebeschleunigung g. Mit dem 1,005 m langen Pendel misst sie eine Schwingungsperiode von 2,010 s. Was ist der lokale Wert der Schwerebeschleunigung g? Geben Sie das Ergebnis mit der korrekten Anzahl signifikanter Stellen an.

$\boxed{V10, F19}$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T^2}{(2\pi)^2} = \frac{L}{g} \Rightarrow g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$$

$$g = 4\pi^2 \cdot \frac{1{,}005\,m}{(2{,}010\,s)^2} = 9{,}821\ \frac{m}{s^2}$$ (4 signifikante Stellen)

e) **Messfehler.** Bei der Messung aus der letzten Teilaufgabe hat die Geologin den Messfehler für die Pendellänge $\sigma_L = 0{,}001$ m und den Messfehler für die Messung der Periodendauer $\sigma_T = 0{,}003$ s bestimmt. Was ist der Gesamtfehler der Messung nach den Regeln der Gaußschen Fehlerfortpflanzung?

$\boxed{V2, F12}$

$$\sigma_g = \left[\left(\frac{\partial g(L,T)}{\partial L}\sigma_L\right)^2 + \left(\frac{\partial g(L,T)}{\partial T}\sigma_T\right)^2\right]^{1/2}$$

$$= 4\pi^2\left[\left(\frac{1}{T^2}\sigma_L\right)^2 + \left(-2\frac{L}{T^3}\sigma_T\right)^2\right]^{1/2}$$

$$= 4\pi^2\left[\left(\frac{0{,}001m}{(2{,}01s)^2}\right)^2 + \left(-2\,\frac{1{,}005m}{(2{,}01s)^3}\,0{,}003s\right)^2\right]^{1/2} = 0{,}0309\ m/s^2$$

$\approx 0{,}031\ m/s^2$

f) **Statistik.** Der Messfehler der Periodendauer σ_T aus der letzten Teilaufgabe ist der Stichprobenfehler σ_{SEM} aus der Messung von N Pendelschlägen. Die Standardabweichung der Zeitmessung für einen Pendelschlag sei 0,1 s. Wie viele Pendelschläge hat die Geologin gemessen, um diese Messgenauigkeit zu erhalten?

$\boxed{V1, F32}$

$$\sigma_{SEM} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \Rightarrow N = \left(\frac{\sigma}{\sigma_{SEM}}\right)^2 = \left(\frac{0{,}1s}{0{,}003s}\right)^2 = 1111$$

$$\underline{\underline{\approx 1100}}$$

g) **Lokale Schwerkraft.** Die Messung von g aus den letzten Teilaufgaben fand auf Höhe des Meeresspiegels statt. Würden sie in der geologischen Formation unterhalb des Messortes eher ein Vorkommen von Uranerz oder ein Ölvorkommen erwarten? Warum? Wenn Sie die letzten Teilaufgaben nicht lösen konnten, gehen Sie von $g = 9{,}83$ m/s^2 aus.

$\boxed{V5, F14}$

$g \approx 9{,}82\ \frac{m}{s^2}$ oder $9{,}83\ \frac{m}{s^2}$ ist <u>höher</u> als die mittlere Schwerebeschleunigung $\approx 9{,}81\ \frac{m}{s^2}$

$\Rightarrow$ Ein Uranvorkommen ist wahrscheinlicher, da Uran eine wesentlich höhere Dichte als Öl hat.

Name: ______________________________

h) **Temperaturskalen.** Die Schmelztemperatur eines DNA-Doppelstrangs ist 75 °C. Geben Sie die Schmelztemperatur in K und in °F an.

V13, F7
8F9

$$T_K = \left(\frac{T_C}{°C} + 273{,}15\right) K \Rightarrow T_K = \left(\frac{75\,°C}{°C} + 273{,}15\right) K$$
$$= 348{,}15\,K$$

$$T_F = \left(\frac{9}{5}\frac{T_C}{°C} + 32\right) °F$$
$$= \left(\frac{9}{5}\frac{75\,°C}{°C} + 32\right) °F = 167\,°F$$

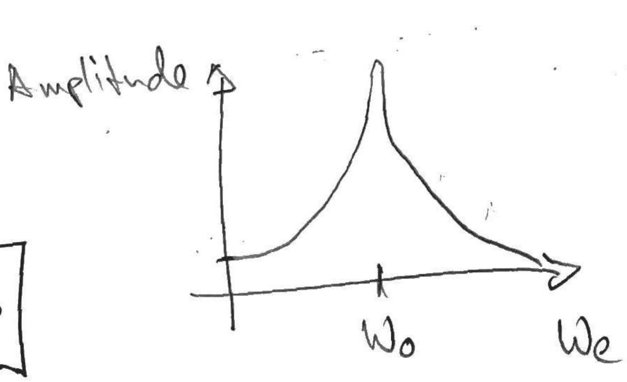
i) **Bob in der Kurve.** Ein olympischer Viererbob (siehe auch Aufgabe 2) durchfährt eine Kurve mit einem Radius von 20 m mit einer Geschwindigkeit von 130 km/h. Was ist die auf die Athleten wirkende Zentripetalbeschleunigung?

$$a_{zentipetal} = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(130\,\frac{km}{h}\,\frac{m/s}{3{,}6\,km/h}\right)^2}{20m} = 65\,\frac{m}{s^2}$$

V4, F8

$$\simeq 6{,}65 \cdot g$$

j) **Getriebene Schwingung.** Ein harmonisches Federpendel hat die Eigenfrequenz ω_0 und wird von einer externen Kraft der Form $F_{\text{extern}}(t) = F_0 \sin(\omega_{\text{ext}} t)$ angeregt. Zeichnen Sie schematisch die Amplitude der angeregten Schwingung als Funktion von ω_{ext}. Markieren Sie dabei den Punkt ω_0 auf der x-Achse und beachten Sie das Verhalten für $\omega_{\text{ext}} \to 0$ und $\omega_{\text{ext}} \to \infty$.



V11, F8

Name: ______________________________

Aufgabe 2

Viererbob (20 Punkte). Der Viererbob mit *Francesco Friedrich, Candy Bauer, Martin Grothkopp* und *Thorsten Margis* gewann bei den Olympischen Winterspielen 2018 die letzte Goldmedaille für das deutsche Team. Der Bob hat mit Mannschaft eine Masse von insgesamt 630 kg. Die Athleten durchfuhren die 1376 m lange Bobbahn in 48,54 s.

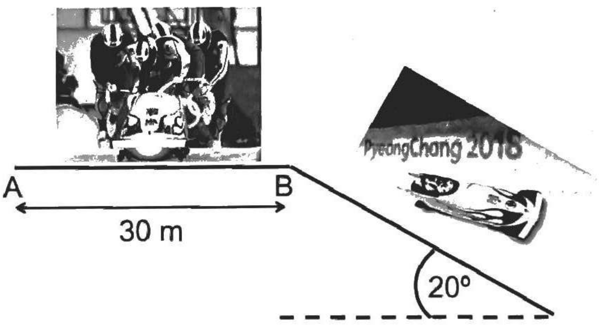
a) Was war ihre Durchschnittsgeschwindigkeit, in m/s und km/h?

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1376\,m}{48{,}54\,s} = 28{,}35\,\frac{m}{s} = \frac{3{,}6\,km/h}{m/s} \cdot 28{,}35\,\frac{m}{s}$$

$$= \underline{\underline{102{,}1\,\frac{km}{h}}}$$

V2, F25

b) Jetzt gehen wir davon aus, dass die vier Athleten ihren Bob aus der Ruhe (bei Punkt "A" in der Skizze unten) 30 m im horizontalen Teil der Bahn (bis Punkt "B") in 5,0 s anschieben. Für diesen Teil wollen wir die Reibung vernachlässigen und gehen davon aus, dass die Beschleunigung konstant ist. Was ist die Beschleunigung auf der Strecke von A nach B?



Gleichmäßig beschleunigte Bewegung:

$$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0$$

$$v = a t + v_0$$

$$x_0 = 0 ; \; v_0 = 0$$

V3, F6

$$x = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow a = \frac{2x}{t^2}$$

$$= \frac{2 \cdot 30\,m}{(5{,}0\,s)} = 2{,}4\,\frac{m}{s^2}$$

c) Welche Geschwindigkeit hat der Bob bei Punkt B?

$$v = a t = 2{,}4\,\frac{m}{s^2} \cdot 5{,}0\,s = 12\,\frac{m}{s} = 43{,}2\,\frac{km}{h}$$

V3, F6

Name: ____________________

d) Welche Gesamtkraft müssen die Athleten in horizontaler Richtung aufwenden, um sich und den Bob wie in den letzten Teilaufgaben berechnet zu beschleunigen?

$$F = m \cdot a = 630\,\text{kg} \cdot 2{,}4\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \underline{\underline{1512\,\text{N}}}$$

V3, F18

e) Bei Punkt B springen die Athleten in den Bob; ab diesem Punkt wirken nur noch Reibungskräfte und die Schwerkraft. Wir wollen davon ausgehen, dass die Strecke nach Punkt B zunächst keine Kurven hat und ihre Steigung 20° ist. Der Gleitreibungskoeffizient zwischen den Kufen des Bobs und der Eisbahn sei 0,01 und wir wollen die Luftreibung hier vernachlässigen. Was ist die Beschleunigung auf der Strecke nach Punkt B?

V4, F12
8-F16

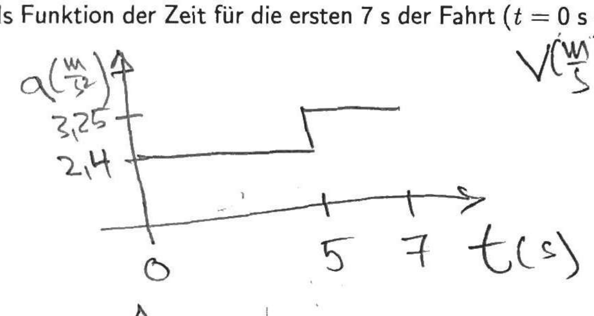
$$F_N = F_g \cos(20°) = m \cdot g \cdot \cos(20°) = 630\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cos(20°) = 5800\,\text{N}$$

$$F_H = F_g \cdot \sin(20°) = 630\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \sin(20°) = 2110\,\text{N}$$

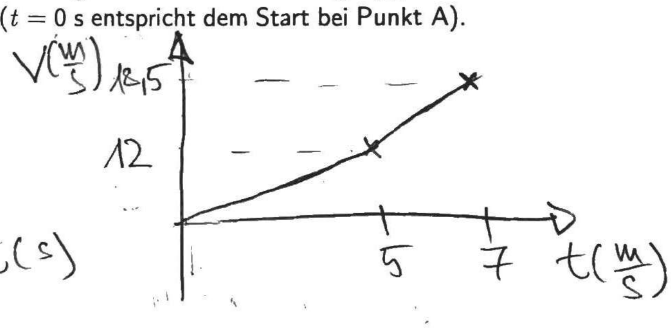
$$F_{ges} = F_H - \mu_G F_N = 2110\,\text{N} - 0{,}01 \cdot 5800\,\text{N} = 2050\,\text{N}$$

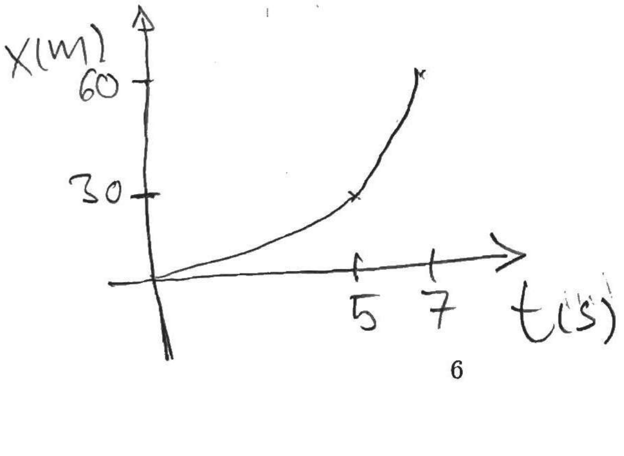
$$a = \frac{F_{ges}}{m} = \frac{2050\,\text{N}}{630\,\text{kg}} = 3{,}25\,\text{m/s}^2$$

f) Zeichnen Sie die zurückgelegte Strecke, die Geschwindigkeit und die Beschleunigung jeweils als Funktion der Zeit für die ersten 7 s der Fahrt ($t = 0$ s entspricht dem Start bei Punkt A).



V3, F5

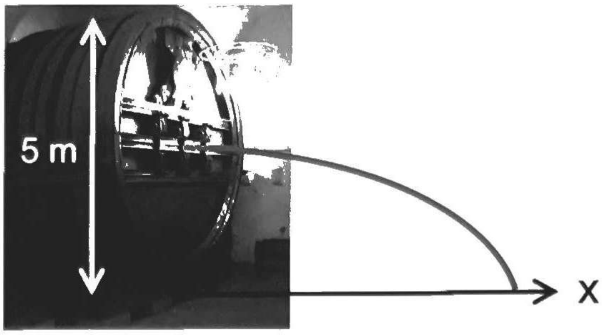




Name: ______________________________

Aufgabe 3

Heidelberger Fass (20 Punkte). Im Heidelberger Schloss befindet sich ein sehr großes, 5 m hohes Fass (siehe Abbildung). Wir gehen davon aus, dass das Fass komplett mit Wein gefüllt und ganz oben offen ist. Der Wein hat eine Dichte von 990 kg/m^3 und verhält sich wie ein reibungsfreies und inkompressibles Fluid.



a) Was ist der Schweredruck ganz unten im Fass?

$$p = \rho \cdot g \cdot h = 990 \frac{kg}{m^3} \; 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 5\,m = 48500 \frac{N}{m^2}$$

$$= \underline{\underline{4{,}85 \cdot 10^4\,Pa}}$$

$\boxed{V8, F27}$

b) Bei der Eroberung des Schlosses durch französische Soldaten im Jahre 1688 schlägt eine Kugel ein Loch mit einem Durchmesser von 1 cm genau in die Mitte des Fasses (2,5 m über dem Boden). Mit welcher Geschwindigkeit strömt der Wein aus dem Fass?

Innen: Außen:

$$\rho \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \rho v^2 \implies v = \sqrt{2gh}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 2{,}5\,m} = \underline{\underline{7{,}0 \frac{m}{s}}}$$

$\boxed{V9, F13}$

Name: ______________________________

c) Wie viel Liter Wein strömen anfänglich pro Minute aus dem Fass?

$$\frac{dV}{dt} = A \cdot v = \pi r^2 v = \pi \, (0{,}005\,\text{m})^2 \cdot 7\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 5{,}5 \cdot 10^{-4}\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$= 0{,}55\,\frac{\text{L}}{\text{s}} = \underline{\underline{33\,\frac{\text{L}}{\text{min}}}}$$

$\boxed{V9, F10}$

d) Wie weit spritzt der Wein, d.h. wie weit von der Position des Loches entlang der x-Achse trifft der ausströmende Wein auf dem Boden auf (siehe Abbildung)?

Entlang y: $a = g \; ; \; v_0 = 0 \; ; \; y_0 = 0$

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \left(\frac{2y}{g}\right)^{1/2} = \left(\frac{2 \cdot 2{,}5\,\text{m}}{9{,}8\,\text{m/s}^2}\right)^{1/2}$$

$$= \underline{\underline{0{,}71\,\text{s}}}$$

Entlang x: $x = v_0 t = 7{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0{,}71\,\text{s}$

$$\cong \underline{\underline{5{,}0\,\text{m}}}$$

$\boxed{\begin{matrix} V9, F13 \\ V3, F10 \end{matrix}}$

e) Wie ändert sich das Ergebnis der letzten Teilaufgabe, wenn sich statt Wein Bier (Dichte 1050 kg/m^3) im Fass befindet?

Das Ergebnis ändert sich nicht!

Sowohl $v = \sqrt{2g \cdot h}$ als auch die Bewegung in 2D hängen nicht von der Masse ab.

Name: ______________________________

Aufgabe 4

Seilwelle (15 Punkte). Eine Transversalwelle auf einem Seil wird durch folgende Gleichung beschrieben

$$y(x,t) = (0,48 \text{ m}) \cdot \sin(\frac{5,6}{\text{m}}x + \frac{84}{\text{s}}t)$$

$\boxed{V11, F15, \& F16}$

Allgemein: $y(x,t) = A \sin(kx \pm \omega t)$

a) Was ist die Wellenlänge der Welle?

$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{5,6}{m} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{\frac{5,6}{m}} = \underline{\underline{1,1\,m}}$

b) Was ist die Frequenz der Welle?

$\omega = 2\pi \cdot f = \frac{84}{s} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \cdot 84\frac{1}{s} = \underline{\underline{13,4\frac{1}{s}}}$

c) Was ist die Geschwindigkeit der Welle (Größe und Richtung)?

$v = \frac{\omega}{k} = \frac{84}{s} \cdot \frac{m}{5,6} = \underline{\underline{15\frac{m}{s}}}$

d) Was ist die Amplitude der Welle?

$\underline{A = 0,48m}$

e) Was ist die maximale Geschwindigkeit der Seilsegmente?

Transversale Geschwindigkeit: $\frac{dy}{dt} = 0,48m \cdot \frac{84}{s} \cos(\frac{5,6}{m} \cdot x + \frac{84}{s}t)$

Maximal für $\cos(\cdot) = 1$

$\left.\frac{dy}{dt}\right|_{max} = 0,48m \cdot \frac{84}{s} = \underline{\underline{40,3\frac{m}{s}}}$

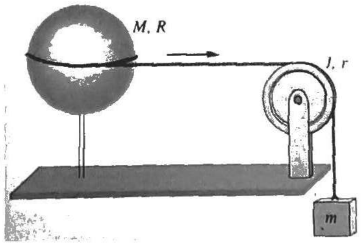
Name: ______________________________

Aufgabe 5

Rotierende Fallmaschine (15 Punkte). Eine homogene Kugel (links in der Abbildung) mit Masse $M = 5$ kg und Radius $R = 10$ cm rotiert reibungsfrei um eine senkrechte Achse. Ein masseloses Seil ist horizontal um den Durchmesser der Kugel gewickelt und läuft dann über eine Rolle mit Trägheitsmoment $I = 5 \cdot 10^{-3}$ kg·m^2 und Radius $r = 5$ cm. Am Ende des Seils ist eine Masse $m = 1$ kg befestigt. Die Rolle ist ebenfalls reibungsfrei gelagert und es tritt kein Schlupf zwischen Seil und Rolle oder Kugel auf.

a) Was ist das Trägheitsmoment der Kugel für die Rotation um die senkrechte Achse durch ihren Mittelpunkt? Wenn Sie diese Teilaufgabe nicht lösen können, rechnen Sie mit $I_K = 0{,}01$ kg·m^2 weiter.

$\boxed{\text{V7, F15}}$



$$I_{Kugel} = \frac{2}{5} M R^2 = \frac{2}{5} \cdot 5\,\text{kg} \cdot (0{,}1\,\text{m})^2 = \underline{\underline{0{,}02\ \text{kg}\cdot\text{m}^2}}$$

b) Geben Sie einen Ausdruck für die Winkelgeschwindigkeit der Kugel ω_K und für die Winkelgeschwindigkeit der Rolle ω_R als Funktion der linearen Geschwindigkeit der Masse am Ende des Seils v an.

$\boxed{\text{V7, F13}}$

$$\omega_K = \frac{v}{R} = \frac{v}{0{,}1\,\text{m}} \qquad \omega_R = \frac{v}{r} = \frac{v}{0{,}05\,\text{m}}$$

c) Was ist die Geschwindigkeit v der Masse m, nachdem sie aus der Ruhe startend 1,0 m nach unten gefallen ist? *Hinweis: Betrachten Sie die Energie!*

$\boxed{\text{V7, F14}}$

$$E_{vorher} = E_{nachher}$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I_{Kugel}\,\omega_K^2 + \frac{1}{2} I\,\omega_R^2$$

$$= \left(\frac{1}{2} m + \frac{1}{2} I_{Kugel} \frac{1}{(0{,}1\,\text{m})^2} + \frac{1}{2} I \frac{1}{(0{,}05\,\text{m})^2}\right) v^2$$

$$\Rightarrow v = \left(\frac{m \cdot g \cdot h}{\frac{1}{2} m + \frac{1}{2} \frac{I_{Kugel}}{(0{,}1\,\text{m})^2} + \frac{1}{2} \frac{I}{(0{,}05\,\text{m})^2}}\right)^{1/2} = 1{,}98\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \approx \underline{\underline{2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$