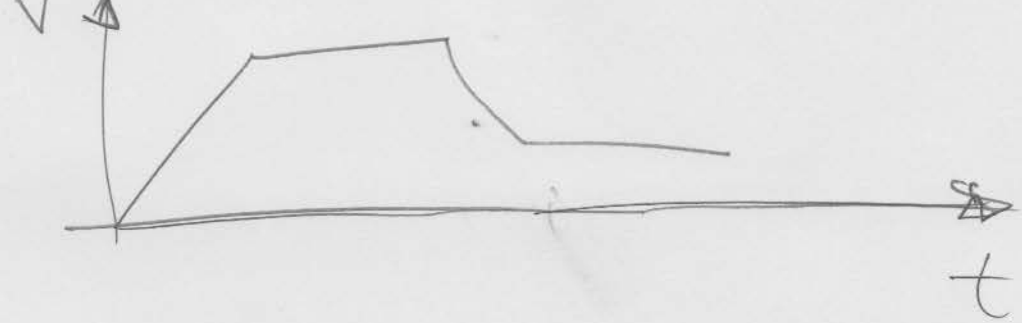
# PN1 – Abschlußklausur

# MUSTERLÖSUNG

## Aufgabe 1

a)




b) $v = \text{const.} \Rightarrow a = 0 \Rightarrow F = 0$ nach dem 2. Newtonschen Axiom. Somit muß die Seilspannung $m \cdot g = 50\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 490\,\text{N}$ sein.

c) <u>Ja!</u> Stößt z.B. ein leichtes Objekt mit Geschwindigkeit $v$ und Masse $m$ mit einem viel schwereren Objekt zusammen, dann ändert sich sein Impuls um $-2 \cdot m \cdot v$; wegen der Impulserhaltung hat das schwere Objekt nach dem Stoß $p' = 2m \cdot v$, vorher hatte es $p = 0$ („in Ruhe")!

Aufgabe 1, fortgesetzt

d) Der Reifen. Hier ist die mechanische

Energie $= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$

- $\frac{1}{2}mv^2$ ist für alle Objekte gleich.
- $\omega = R \cdot v$ ist ebenfalls für alle Objekte gleich.
- $I_{Kugel} = \frac{2}{5}MR^2$, $I_{Scheibe} = \frac{1}{2}MR^2$,

$I_{Reifen} =$ MR^2 somit ist $\frac{1}{2}I\omega^2$ am größten für den Reifen. Es reicht ohne Rechnung zu sehen, dass beim Reifen die Masse am weitesten von der Drehachse ist.

e) Stationäre Bahn $F_G = F_{Zent} \Rightarrow G\frac{Mm}{R^2} = m\frac{v^2}{R}$

$R_A = 2R_B \Rightarrow \frac{a_{Zent,A}}{a_{Zent,B}} = \frac{G\frac{Mm}{R_A^2}}{G\frac{Mm}{R_B^2}} = \frac{\frac{1}{(2R_B)^2}}{\frac{1}{R_B^2}} = \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$

f) Für ein Pendel gilt $T = 2\pi\sqrt{l/g}$;
die Masse spielt keine Rolle, somit ändert sich T nicht!

Aufgabe 1, fortgesetzt

g) Wenn die Steine im Boot sind, verdrängen sie ihr Gewicht an Wasser, d.h.

$$V_{Wasser} \cdot \rho_{Wasser} = V_{Stein} \cdot \rho_{Stein}$$

Wenn sie im See liegen, verdrängen die Steine nur noch $V_{Stein}$ an Wasser

$$V_{Stein} = \frac{\rho_{Wasser}}{\rho_{Stein}} V_{Wasser} < V_{Wasser},$$

da $\rho_{Stein} > \rho_{Wasser}$.

h) Für die potentielle Energie einer Feder gilt

$$E_{pot} = \frac{1}{2} k x^2$$

Die Parabel mit der stärkeren Krümmung entspricht dem größeren k und somit der steiferen Feder.

Gestrichelte Linie $\Leftrightarrow$ steifere Feder

Durchgezogene Line $\Leftrightarrow$ weichere Feder

i) Am Anfang haben die Massen nur kinetische Energie $= \frac{1}{2} m v^2$, gleich für beide Federn. Die maximale Amplitude ist für $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} k x_{max}^2 \Rightarrow$ Kleineres k entspricht größerem $x_{max}$ $\Rightarrow$ Weichere Feder hat größes $x_{max}$.

Aufgabe, fortgesetzt

j) $p = p_0 + \rho \cdot h \cdot g$ $\qquad$ h = Tauchtiefe

$p_0 = 1{,}0\,\text{atm}$

$\Rightarrow \rho \cdot g \cdot h = 1\,\text{atm} = 1{,}013\ 10^5\,\text{Pa}$

$$\Rightarrow h = \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ \cancel{\text{kg}}\ \text{m}^3\ \cancel{\text{s}^2}}{1000\ \cancel{\text{kg}} \cdot 9{,}8\ \text{m} \cdot \cancel{\text{s}^2}\ \text{m}}$$

$$= \underline{\underline{10{,}3\ \text{m}}}$$

# Aufgabe 2 – Olympiaturm

a) Gleichmäßig beschleunigte Bewegung:

$$\left.\begin{aligned} x &= \tfrac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \\ v &= at + v_0 \\ a &= \text{const} \end{aligned}\right\} \quad \text{Hier: } x_0 = 0,\; v_0 = 0,\; (t_0 = 0)$$

$\Rightarrow v = 7\,\text{m/s}$ nach $t = 2\,\text{s}$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{v}{t} = \frac{7\,\text{m/s}}{2\,\text{s}} = 3.5\,\text{m/s}^2$$

b) $$x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\, 3.5\,\text{m/s}^2 \cdot (2\,\text{s})^2 = 7\,\text{m}$$

c) $$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{181\,\text{m}}{30\,\text{s}} \simeq 6\,\text{m/s}$$

d) $T = 53\,\text{min} = 3180\,\text{s}$ $\qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$

$$R = \frac{28{,}3\,\text{m}}{2} = 14{,}15\,\text{m}$$

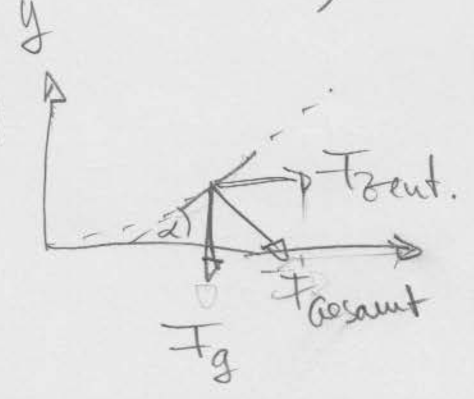
$$F_{\text{Zentripetal}} = m \cdot \omega^2 \cdot R$$

(siehe Vorlesung 7, Folie 8)

$$= 55\,\text{kg} \cdot \left(\frac{2\pi}{3180\,\text{s}}\right)^2 \cdot 14{,}15\,\text{m}$$

$$= 0{,}003\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{kg}$$

e)




$$\tan\alpha = \frac{F_{\text{zent.}}}{F_g} = \frac{m\omega^2 R}{mg}$$

$$\Rightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{\omega^2 \cdot R}{g}\right) = 3{,}2 \cdot 10^{-4}\,\text{Grad}$$

$$= 5{,}6 \cdot 10^{-6}\,\text{rad}$$

# Aufgabe 3, Zeppelin

a) Volumen: $V = \pi R^2 \cdot L$

$$= 2{,}1 \cdot 10^5 \, m^3$$

$$F_{Auftrieb} = V \cdot (\rho_{Luft} - \rho_{H_2}) \cdot g$$

$$= 2{,}1 \cdot 10^5 m^3 \left(1{,}2 \frac{kg}{m^3} - 0{,}09 \frac{kg}{m^3}\right) \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2}$$

$$= 2{,}3 \cdot 10^6 \, N$$

$$m_{Start} = \frac{F_{Auftrieb}}{g} = 2{,}3 \cdot 10^5 \, kg = 230 \, t$$

b) $F_{Reibung} = \frac{1}{2} \rho_{Luft} \cdot A \cdot c_W \cdot v^2$

$$= \frac{1}{2} \, 1{,}2 \frac{kg}{m^3} \left(\frac{33 m}{2}\right)^2 \pi \cdot 0{,}05 \cdot \left(34{,}7 \frac{m}{s}\right)^2$$

(mit $v = 125 \, km/h = 34{,}7 \, m/s$) $= 3{,}1 \cdot 10^4 \, N$

c) Leistung: $P = F_{Reibung} \cdot v = 10^6 \, W$

$$P_{Motor} = \frac{P}{0{,}3} = 3{,}6 \cdot 10^6 \, W \approx 3600 \, kW$$

d) $F_{Auftrieb, He} = V \cdot (\rho_{Luft} - \rho_{He}) \, g = 2{,}1 \cdot 10^6 \, N$

$\Rightarrow m_{Start, He} = 214 \, t$

Wasserstoff ist leicht entzündlich, Helium inert: Feuergefahr!

# Aufgabe 4 – Blutkreislauf

a) Volumenstrom $= A \cdot v = \pi r^2 \cdot v$

$$= \pi \cdot (0{,}01\,m)^2 \cdot 0{,}3\,\frac{m}{s}$$

$$= 9{,}4 \cdot 10^{-5}\,\frac{m^3}{s} =$$

$$= 5{,}7\,\frac{L}{min}$$

b) Volumenstrom $= Av = \frac{\Delta V}{\Delta t}$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta V}{A \cdot v} = \frac{6\,L}{5{,}7\,L/min} = 1{,}05\,min$$

$$= 63{,}2\,s$$

c) $A_1 v_1 = A_2 v_2$, da Volumenstrom überall konstant sein muss.

$$\Rightarrow v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 = \frac{\pi R_1^2}{\pi R_2^2} v_1 = \left(\frac{1}{0.5}\right)^2 v_1 = \underline{\underline{4 v_1}}$$

$$\Rightarrow v_2 = 4 \cdot 0{,}3\,m/s = \underline{\underline{1{,}2\,m/s}}$$

# Aufgabe 5 – Schwingendes Seil

a) Für Eigenschwingungen: $L = n \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2L}{n}$

$v = \lambda \cdot f \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = n \cdot \frac{v}{2L}$ für $n = 1, 2, 3, \ldots$

bzw. "Spannkraft"

b) $\tau$ = Seilspannung, hier: $\tau = m \cdot g$

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} = \sqrt{\frac{m \cdot g}{\mu}}$$

4. Harmonische $\Rightarrow n = 4$

$$f = 4 \cdot \frac{v}{2L} = 2\frac{v}{L} = 2\,\frac{\sqrt{\frac{\tau}{\mu}}}{L} = \frac{2}{L}\sqrt{\frac{m \cdot g}{\mu}}$$

$$\Rightarrow f^2 = \frac{4}{L^2}\,\frac{m \cdot g}{\mu} \Rightarrow m = \frac{1}{4}\,\frac{L^2 f^2 \mu}{g}$$

$$\Rightarrow m = \frac{1}{4}\,\frac{(2\,\mathrm{m})^2 \cdot (120\,\frac{1}{s})^2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg/m}}{9{,}8\,\mathrm{m/s^2}}$$

$$= 2{,}35\,\mathrm{kg}$$

c)

$m = 3\,kg$

Allgemein:

$$m = \frac{4L^2 f^2 \mu}{\cdot\, n^2 g}$$

$$\Rightarrow n^2 = \frac{4L^2 f^2 \mu}{m \cdot g}$$

für $m = 3\,kg$

$$n = \sqrt{\frac{4\,(2m)^2\,(120\,Hz)^2\;1{,}6 \cdot 10^{-3}\,kg/m}{3\,kg \cdot 9{,}8\,m/s^2}}$$

$$\cong 3{,}54$$

Für Eigenschwingungen muß n ganzzahlig sein;
Für $m = 3\,kg$ kann der Vibrator keine stehende Welle anregen. Die Schwingungen des Seils werden somit sehr klein sein.

→ Erinnere die angeregten Seil / Gummiband Schwingungen aus der 11. Vorlesung!

⇒ Amplitude angeregten Schwingung wird nur groß, wenn Eigenschwingung angeregt wird.