

## Übungsblatt 2

### Besprechung in der Woche vom 16.11.2020

#### Aufgabe 1

**Statistik mit Hunden.** Für eine Studie betrachten Sie eine Population von Golden Retrievern und eine Population von Labradoren, deren "Körpergewicht" (d.h. eigentlich Körper-Masse) Sie charakterisieren wollen. Die Graphik unten zeigt einen Ausschnitt aus Ihrem Laborbuch, wo Sie die Massen einer Stichprobe von  $N_1 = 6$  Golden Retrievern und einer Stichprobe von  $N_2 = 7$  Labradoren bestimmt haben.

Golden Retriever	Labrador
24 kg	34 kg
33 kg	29 kg
32 kg	33 kg
28 kg	32 kg
35 kg	27 kg
25 kg	30 kg
	25 kg

- Was sind die Mittelwerte der Massen der beiden Hunderassen? Welche Hunderasse ist im Mittel schwerer?
- Berechnen Sie die Standardabweichungen der Massen beider Hunderassen, um die Variabilität der Populationen zu charakterisieren.
- Berechnen Sie die Stichprobenfehler ("standard error of the mean") der Massen beider Hunderassen, um abzuschätzen, wie präzise die Mittelwerte der Populationen durch die Daten bestimmt sind. Wie würde sich das Ergebnis ändern, wenn Sie für beide Hunderassen jeweils  $N = 100$  Hunde gemessen hätten (bei gleichen Werten für Mittelwert und Standardabweichung)?

#### Aufgabe 2

**Fehlerrechnung im Schwimmbad.** Eine Firma wurde mit dem Bau eines Schwimmbeckens beauftragt. Das quaderförmige Becken wurde mit einer Länge  $l = 50$  m, einer Breite  $b = 15$  m und einer Tiefe  $h = 2$  m in Auftrag gegeben. Leider baut die Firma relativ ungenau und erfahrungsgemäß baut die Firma mit statistisch verteilten Fehlern von  $\sigma_b = 0,2$  m,  $\sigma_h = 0,1$  m und  $\sigma_l = 0,4$  m für die verschiedenen Abmessungen.

- Berechnen Sie die Grundfläche des Schwimmbeckens (d.h. die Bodenfläche) für die in Auftrag gegebenen Abmessungen und die zu erwartenden Fehler nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung. Was ist der zu erwartenden relative Fehler?
- Berechnen Sie das Volumen des Schwimmbeckens für die in Auftrag gegebenen Abmessungen und die zu erwartenden Fehler nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung. Was ist der zu erwartende relative Fehler?

- c) Als das Becken endlich fertig ist, schwimmt die neue Besitzerin 10 Bahnen in ihrem neuen Schwimmbecken, mit einer Geschwindigkeit von  $1 \text{ m/s} \pm 0,1 \text{ m/s}$ . Wie groß ist die statistische Unsicherheit (d.h. der Messfehler) für die Zeit, die sie für die 10 Bahnen braucht? Wie ändert sich das Ergebnis, wenn das Becken exakt 50,0 m lang ist?

### Aufgabe 3

**Fehlerrechnung und Bakterien.** *Escherichia coli* oder *E. coli* sind Bakterien, die den menschlichen und tierischen Darm besiedeln. In der Forschung werden diese Bakterien häufig benutzt um z.B. DNA zu klonieren oder um die Auswirkung verschiedener Gene zu testen. Dafür braucht man natürlich viele Bakterien. Glücklicherweise benötigt ein Bakterium nur  $t_T = 20$  Minuten um sich zu teilen. Die sogenannte logistische Funktion beschreibt das Wachstum einer typischen *E. coli*-Kultur. Die Anzahl der Bakterien  $n$  pro Milliliter Nährlösung wird hier als Funktion der Zeit  $t$  durch folgende Gleichung gegeben:

$$n(t) = \frac{L}{1 + e^{-k(t-t_0)}}$$

$L$ ,  $k$  und  $t_0$  sind Konstanten. Für eine bestimmte *E. coli*-Kultur sei  $L = 10^9$  Zellen/ml,  $k = 1/t_T$  und  $t_0 = 200$  min. Sie können die Fehler in den Werten dieser Konstanten vernachlässigen.

- Zeichnen Sie den Zusammenhang von  $n$  (in Zellen pro ml) als Funktion der Zeit (in min) für die oben beschriebene Bakterienpopulation. Es sollten hier mindestens 400 min berücksichtigt werden.
- Sie haben während Sie die Population zum Wachsen angesetzt haben nicht auf die Zeit geachtet, da Sie mit einem Mitarbeiter gequatscht haben. Ein Blick auf die Uhr sagt Ihnen, dass Sie ungefähr vor  $t = 45 \text{ min} \pm 5 \text{ min}$  angefangen haben. Wie groß ist momentan Ihre Bakterienpopulation und der Messfehler nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung?
- Sie haben nachdem Sie eine weitere Population zum Wachsen angesetzt haben eine Stoppuhr angemacht und sind mit einem Blick auf die Uhr zum Mittagessen gegangen. Als Sie wieder kommen ist die Stoppuhr leider ausgegangen. Sie wissen aber, dass Sie ungefähr vor  $t = 180 \text{ min} \pm 5 \text{ min}$  angefangen haben. Wie groß ist momentan Ihre Bakterienpopulation und der Messfehler nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung?
- Warum sind die Messfehler für die Bakterienpopulationen in den letzten zwei Teilaufgaben so unterschiedlich, obwohl die Fehler in der Zeitmessung identisch sind?

### Aufgabe 4

#### Umrechnung von Einheiten

- Die astronomische Einheit (AE) entspricht der mittleren Entfernung zwischen der Erde und der Sonne also ungefähr  $1,5 \cdot 10^8$  km. Die Lichtgeschwindigkeit beträgt  $3 \cdot 10^8$  m/s. Drücken Sie die Lichtgeschwindigkeit in astronomischen Einheiten pro Minute aus.
- Wie lange braucht das Licht von der Sonne bis zur Erde?
- Ein Lichtjahr (Lj) beschreibt die Entfernung, die das Licht innerhalb eines Jahres zurücklegt. Berechnen sie die Entfernung von der Erde zur Sonne in Lichtjahren.
- Eine Bartsekunde (BS) gibt die Länge an, die eine Barthaar in einer Sekunde Wächst. Eine Bartsekunde entspricht 5 nm. Geben sie die Geschwindigkeit einer Schnecke ( $v_{\text{Schnecke}} \approx 3 \text{ m/h}$ ) in Bartsekunden pro Millisekunde an.