Übungsblatt 1 - Wiederholung Mathematik
Besprechung in der Woche vom 9.11.2020

In diesem Aufgabenblatt behandeln wir einige mathematische Begriffe und Rechenmethoden, die aus der Schule vertraut sein sollten und die in der "Physik 1" eine wichtige Rolle spielen werden.

Aufgabe 1

Quadratische Gleichungen. Zum Einstieg berechnen wir die Lösungen von einigen quadratischen Gleichungen. Physikalische Probleme, z.B. für Bewegungen in 2D, führen regelmässig auf quadratische Gleichungen. Hinweis: zur Lösung die "p-q-Formel" oder "a-b-c-Formel" verwenden. Finden Sie die x-Werte, die folgende Gleichungen lösen:

a) $-x^2 - 11x + 10 = 0$

b) $5x^2 - 15x + 3 = -7$

c) $x^2 - 8x + 14 = 0$

Aufgabe 2

Kurvendiskussion. Gegeben sei die in $\mathbb{R}$ (den reellen Zahlen) definierten Funktion (wobei e die Eulersche Zahl ist):

$$f(x) = 3 \cdot \left(e^{2x} - 5\right)$$

a) Berechnen Sie die Nullstellen von $f(x)$.

b) Bestimmen Sie das Verhalten der Funktion im Unendlichen, d.h. bei $-\infty$ and ∞.

c) Hat $f(x)$ Extremwerte (d.h. Minima und Maxima)? Wenn ja, bestimmen Sie diese.

d) Bestimmen Sie das Monotonieverhalten (d.h. ist die Funktion steigend oder fallend?).

e) Zeichnen Sie eine Skizze von $f(x)$ in ein Koordinatensystem.

Aufgabe 3

Trigonometrische Funktionen (Winkelfunktionen) I.

a) Zeichnen Sie die Funktionsgraphen der Sinus- und Kosinusfunktion ($\sin(x)$ und $\cos(x)$) in ein karthesisches Koordinatensystem.

b) Wo befinden sich Nullstellen, Maxima und Minima?

c) Drücken Sie die Sinusfunktion durch die Kosinusfunktion aus und umgekehrt.

d) Bilden Sie die erste und zweite Ableitung der Funktion $f(x) = 3 \cdot \cos(4x - 2) + 7 \cdot \sin(4x)$.

Aufgabe 4

Trigonometrische Funktionen (Winkelfunktionen) II.

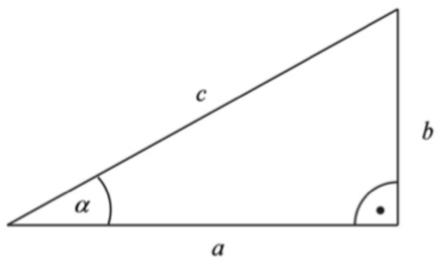
a) Winkel kann man im Grad- und im Bogenmaß (d.h. in Radiant bzw. rad) angeben. Rechnen Sie 1 rad und $2 \cdot \pi$ rad in Grad um. Rechnen Sie die Winkel $\theta_1 = 30°$, $\theta_2 = 1°$ und $\theta_3 = 0.1°$ in rad um.

b) Für kleine Winkel (d.h. $|\theta| \ll 1$) im Bogenmaß gilt die Kleinwinkelnäherung für den Sinus:

$$\sin(\theta) \approx \theta$$

Berechnen Sie $\sin(\theta)$ und den relativen Fehler der Kleinwinkelnäherung, d.h. $|\frac{\sin(\theta)-\theta}{\sin(\theta)}|$, für die Winkel θ_1, θ_2 und θ_3.

c) Definition der trigonometrischen Funktionen im rechtwinkligen Dreieck. Der Winkel α sei 30°, die Seitenlänge c sei 4 m. Berechnen Sie die Seitenlängen a und b.



Aufgabe 5

Vektoralgebra. In einem rechtwinkligen (orthogonalen, karthesischen) Koordinatensystem mit den Basisvektoren $\vec{e_x}$ und $\vec{e_y}$ seien zwei Vektoren gegeben:

$$\vec{v_0} = \vec{v_{0,x}} + \vec{v_{0,y}} = v_{0,x}\,\vec{e_x} + v_{0,y}\,\vec{e_y} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v_1} = \vec{v_{1,x}} + \vec{v_{1,y}} = v_{1,x}\,\vec{e_x} + v_{1,y}\,\vec{e_y} = \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \end{pmatrix}$$

a) Zeichnen Sie die beiden Vektoren in ein Koordinatensystem.

b) Berechnen Sie den Summenvektor $\vec{v_2} = \vec{v_0} + \vec{v_1}$ sowie den Differenzvektor $\vec{v_3} = \vec{v_0} - \vec{v_1}$. Zeichnen Sie das Ergebnis ebenfalls in das Koordinatensystem.

c) Multiplizieren Sie den Vektor $\vec{v_0}$ mit der reelen Zahl (Skalar) $\lambda_1 =$ -2 und den Vektor $\vec{v_1}$ mit $\lambda_2 = 5$.

d) Berechnen Sie die Länge (Betrag, $|\vec{v_1}| = v_1$) des Vektors $\vec{v_1}$.

e) Berechnen Sie das Skalarprodukt $\vec{v_0} \cdot \vec{v_1}$. Wann gilt $\vec{v_0} \cdot \vec{v_1} = 0$ (für beliebige Werte von $v_{0,x}, v_{0,y}, v_{1,x}, v_{1,y}$)?