Zentralübung

Thermodynamik und Statistische Physik (T4)

Blatt 2

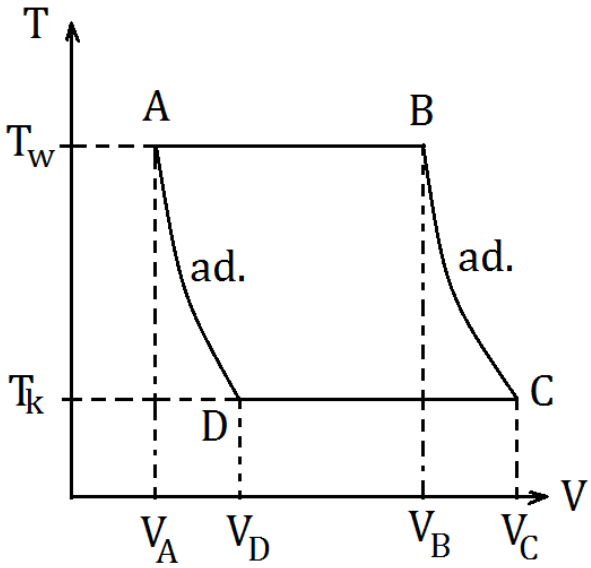
WiSe 2019/20

Aufgabe 1: Carnot-Prozess mit Photonengas

Für ein Photonengas (Hohlraumstrahlung) gelten zwischen Druck p, innerer Energie U, Volumen V und Temperatur T die Zustandsgleichungen

$$p = \frac{U}{3V}, \quad U = \sigma T^4 V$$

wobei σ eine Konstante ist. Ein solches Gas soll als Arbeitsmittel in einer reversiblen Carnot-Maschine eingesetzt werden. Die vier Arbeitsschritte der Carnot-Maschine bestehen aus den Isothermen $A \to B$ ($T = T_w$) und $C \to D$ ($T = T_k$) und den Adiabaten $B \to C$ und $D \to A$ (siehe Skizze).



a) Zeigen Sie, dass für das System die Gleichung

$$\delta Q = 4\sigma T^3 V \, dT + \frac{4}{3}\sigma T^4 \, dV$$

gilt.

b) Zeigen Sie die Adiabatengleichung

$$\frac{V_B}{V_C} = \frac{T_C^3}{T_B^3}$$

c) Berechnen Sie für die Teilschritte $A \to B$ und $B \to C$ die Änderung der inneren Energie ΔU, die dem System zugeführte Wärme ΔQ und die vom System geleistete Arbeit ΔW. Dabei sollen alle Ergebnisse durch T_w, T_k, V_A und V_B ausgedrückt werden.

d) Berechnen Sie den Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{geleistete\ Arbeit}{zugef\ddot{u}hrte\ W\ddot{a}rme}$$

der Maschine als Funktion der Temperaturen T_k und T_w.

Aufgabe 2: Wärmekapazitäten

Die Wärmekapazitäten bei konstantem Volumen C_V und konstantem Druck C_p sind wie folg definiert:

$$C_V = \left(\frac{\delta Q}{\partial T}\right)_V \quad , \quad C_p = \left(\frac{\delta Q}{\partial T}\right)_p$$

a) Zeigen Sie, dass die Wärmekapazitäten gegeben sind durch

$$C_p = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_p + p\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \quad , \quad C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$$

b) Zeigen Sie, dass gilt:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_p = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

c) Verwenden Sie das Ergebnis aus Teilaufgabe b) um zu zeigen dass sich C_p auch wie folgt schreiben lässt:

$$C_p = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right]\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p + C_V$$

d) Verwenden Sie letztlich das folgende Ergebnis

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p = T^2\left(\frac{\partial}{\partial T}\frac{p}{T}\right)_V$$

um die Differenz der Wärmekapazitäten

$$C_p - C_V = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

zu berechnen und werten Sie die Differenz für das ideale Gas aus.

Aufgabe 3: Zustandsgleichung magnetischer Substanzen

Ein isotropes magnetisches Material befinde sich in einer langen Spule. Darin ist das Feld $\vec{H}$ homogen und identisch mit dem Magnetfeld $\vec{B}_0$ in Abwesenheit des Materials. Die reversible Arbeit, bezogen auf ein Einheitsvolumen ist gegeben durch

$$\delta W = H\ dM$$

wobei M die Magnetisierung ist. Wegen der Isotropie entfällt der Vektorcharakter.

a) Zeigen Sie dass zwischen $M = M(T,H)$ und $U = U(T,H)$, die Gleichung gilt:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial H}\right)_T = T\left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_H + H\left(\frac{\partial M}{\partial H}\right)_T$$

Hinweis: Geben Sie den ersten Hauptsatz für dieses System an und schreiben Sie dS in den natürlichen Variablen T und H

b) Eine paramagnetische Substanz erfüllt das Curie-Gesetz

$$M = K \cdot \frac{H}{T}, \quad K = const.$$

Zeigen Sie für diesen Fall, dass U nur von T abhängt.

Bei Fragen E-Mail an *tabler.alexander@physik.uni-muenchen.de*