

Übung zur Vorlesung T4, Anwesenheitsaufgaben 14

31.01.2020

1. Ein Gittermodell (*A lattice model*)

Betrachten Sie ein 3-dimensionales kubisches Gitter von N Atomen mit Spin 1, d.h. die z -Komponente σ_i ($i = 1, \dots, N$) kann die Werte $\pm 1, 0$ annehmen. Die Hamiltonfunktion lautet

$$H = J \sum_{\{i,j\}} (\sigma_i - \sigma_j)^2,$$

wobei J eine positive Konstante ist. Jedes Atom ist an seine nächsten Nachbarn gekoppelt; die Summation läuft über alle Verbindungen zwischen Atomen.

(Consider a three-dimensional cubic lattice of N atoms with spin 1 each, i.e. the z -spin σ_i ($i = 1, \dots, N$) may take the values $\pm 1, 0$. The Hamiltonian is given above. J is a positive constant. Each atom is coupled to its nearest neighbours. The summation $\{i, j\}$ means a sum over all links between atoms.)

- a) Betrachten Sie das System bei Temperatur $T = 0$. Bestimmen Sie die Entropie.

(Let the temperature be $T = 0$. Find the entropy.)

- b) Betrachten Sie nun den Fall sehr großer Temperatur $T \gg J/k$. In diesem Limes sind alle Mikrozustände gleich wahrscheinlich. Bestimmen Sie die Entropie und die mittlere Energie.

Hinweis: Zur Bestimmung der mittleren Energie ist es hilfreich, sich klarzumachen, dass es 3 Mal so viele Verbindungen zu nächsten Nachbarn gibt, wie Atome.

(Now consider the limit of large temperatures $T \gg J/k$. In this limit, all microstates have equal probability. Find the entropy and the average energy.)

Hint: To find the average energy, realize that the number of connections to nearest neighbours equals three times the number of atoms.)

- c) Betrachten Sie nun ein System von einem einzelnen Atom, dessen Nachbarn alle $\sigma = 0$ haben. Bestimmen Sie die kanonische Zustandssumme.

(Now consider a system consisting of a single atom whose neighbours all have z -spin $\sigma = 0$. Find the partition function.)

Fragestunde (*Question session*)

Der zweite Teil des Tutoriums ist für Fragen aller Art (z.B. zu alten Übungsblättern, Hausaufgaben, der Vorlesung) gedacht.

(The second part of the tutorial will be a question session where you are free to ask questions of all kind (e.g. on old problem sheets, homework exercises, the lecture etc).)