Übung zur Vorlesung T4, Anwesenheitsaufgaben 4

08.11.2019

1. TD Potentiale und Photonengase *(TD potentials and photon gases)*

Betrachten Sie ein Photonengas. Die Zustandsgleichungen lauten

$$U = \sigma T^4 V, \quad p = \frac{\sigma}{3} T^4 \ .$$

Im Gegensatz zu gewöhnlichen Gasen tritt die Teilchenzahl nicht als Parameter in den Zustandsgleichungen auf. σ ist eine Konstante. (Vorüberlegung: Welche Einheit?)
(Consider a photon gas. The equations of state are given above. Note that, in contrast to regular gases, the number of particles does not appear in the equations of state. σ is a constant (think about which unit σ has).)

a) Zeigen Sie *(Show)*

$$dS = \frac{1}{T}\left(\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right] dV\right) \ .$$

b) Bestimmen Sie $S(T,V)$ unter Verwendung der Zustandsgleichungen und Teil a).
(Find $S(T,V)$ using the equations of state and part a).)

c) Bestimmen Sie nun U in Potentialform, d.h. $U(S,V)$.
(Now find U as a TD potential, i.e. $U(S,V)$.)

d) Bestimmen Sie die freie Energie $F(T,V)$ durch Legendre-Transformation.
(Find the free energy $F(T,V)$ using a Legendre transformation.)

e) Überzeugen Sie sich, dass Sie aus $F(T,V)$ die Zustandsgleichungen zurückerhalten können.
(Show that you can rederive the equations of state from $F(T,V)$.)

2. Wahrscheinlichkeit und Radioaktivität *(Probability and radioactivity)*

Betrachten Sie die folgende Wahrscheinlichkeitsdichte:

$$p(t) = \begin{cases} \tau^{-1} e^{-\frac{t}{\tau}} & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

Physikalisch können Sie sich zum Beispiel vorstellen, dass eine radioaktive Quelle durch eine Blende von einem Detektor getrennt ist. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird die Blende geöffnet. $p(t)$ ist die Wahrscheinlichkeitsdichte für die Zeit, die vergeht, bis das erste Ereignis vom Detektor gemessen wird.
(Consider the probability density above. One physical realisation is a radioactive source behind a barrier. At $t = 0$, the barrier is removed. $p(t)$ is the proability density for the time it takes until the first decay particle is detected.)

a) Überprüfen Sie, dass $p(t)$ korrekt normiert ist.
(Verify that $p(t)$ is normalised.)

b) Bestimmen Sie die zugehörige kumulative Wahrscheinlichkeit.
(Find the respective cumulative distribution function.)

c) Bestimmen Sie die kumulative Wahrscheinlichkeit für die Zufallsvariable F mit $F(t) = t^2$.
(Find the cumulative distribution function for the random variable F which is given by $F(t) = t^2$.)

d) Berechnen Sie daraus die Wahrscheinlichkeitsdichte für F.
(Use c) to find the probability density for F.)