

Übung zur Vorlesung T4, Anwesenheitsaufgaben 1

18.10.2019

1. Differentialformen (*Differential forms*)

Betrachte folgende Differentialform (*Consider the following differential form*):

$$\theta = 3x^3y dx + x^4 dy.$$

- a) Zeige, dass θ nicht das Differential df einer Funktion $f(x, y)$ sein kann.
(*Show that θ cannot be the total differential df of a function $f(x, y)$.*)
- b) Betrachte nun $\omega = x^{-1}\theta$. Zeige, dass ω exakt ist und bestimme die zugehörige Stammfunktion.
(*Now consider $\omega = x^{-1}\theta$. Show that ω is exact and find its antiderivative.*)
- c) Betrachte nun den Rand $\partial\Omega$ des Quaders $\Omega = [x_0, x_1] \times [y_0, y_1]$ in der xy -Ebene. Berechne das Integral der Differentialform θ von (x_0, y_0) bis (x_1, y_1) durch die beiden auf $\partial\Omega$ möglichen Wege. Vergleiche die erhaltenen Ergebnisse.
(*Now consider the boundary $\partial\Omega$ of the cuboid $\Omega = [x_0, x_1] \times [y_0, y_1]$ in the xy -plane. Compute the integral of the differential form θ from (x_0, y_0) to (x_1, y_1) on both paths on $\partial\Omega$. Compare the results.*)
- d) Was ist das Integral von ω entlang $\partial\Omega$? (*What is the integral of ω along $\partial\Omega$?*)

2. Zustandsänderungen (*Changes of state*)

Betrachte ein ideales Gas in einem Kolben von Volumen V_1 . Das Volumen wird quasistatisch auf V_2 vergrößert. Berechnen Sie die verrichtete Arbeit unter der Nebenbedingung
(*Consider an ideal gas in a piston of volume V_1 . The volume is expanded quasi-statically to the volume V_2 . Compute the work that is done under the condition*)

- a) dass der Druck während der Expansion konstant ist (*that the pressure is constant during the expansion*)
- b) dass die Temperatur während der Expansion konstant ist (*that the temperature is constant during the expansion*)