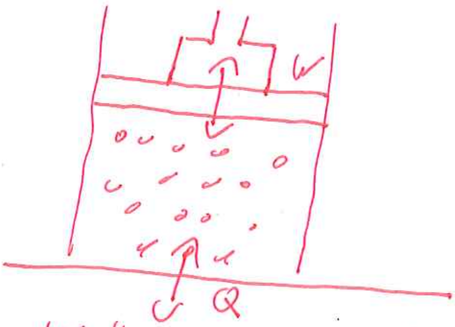
Wärme und Arbeit

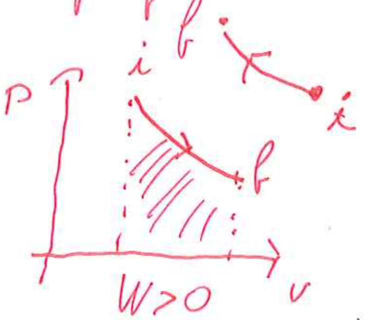
$$dW = \vec{F}\, d\vec{s} = p \cdot A \cdot ds = p \cdot (A\, ds) = p \cdot dV$$

$$\Rightarrow W = \int dW = \int_{V_1}^{V_2} p\, dV$$

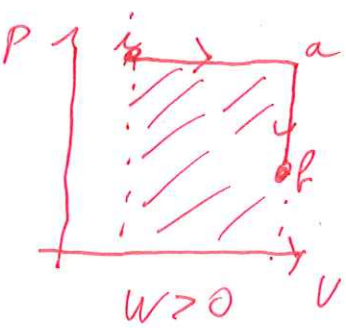


$p = p(V) \to pV$ Diagramm

Es gibt viele Möglichkeiten, ein Gas vom Zustand p_i, V_i in den Zustand p_f, V_f zu überführen:



geleistete Arbeit positiv, da Volumen vergrößert → Kolben angehoben



ia bei konstantem p → durch Zunahme von T

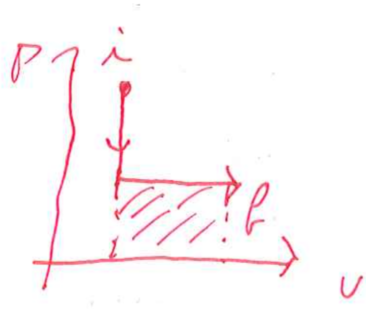
Arbeit wird geleistet

Wärme wird aufgenommen

af bei konstantem V

Temperatur sinkt, p sinkt

Wärme wird an Reservoir abgegeben



umgekehrter Prozeß

W, Q sind kleiner!

Es gibt unendlich viele Wege!

W, Q sind wegabhängig!

1. HS der Thermodynamik:

$$dE_{int} = dQ - dW$$

Adiabatisch	$Q = 0$	$\Delta E_{int} = -W$
V const.	$W = 0$	$\Delta E_{int} = Q$
Kreisprozeß	$\Delta E_{int} = 0$	$Q = W$
freie Ausdehnung	$Q = W = 0$	$\Delta E_{int} = 0$

Vom idealen Gas geleistete Arbeit bei $T = $ const.

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V}\,dV = nRT\int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V}\,dV$$

$$= nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$$

Bei konstantem Volumen / Druck geleistete Arbeit

$V = $ const. $\Rightarrow$ $W = 0$

$p = $ const $\Rightarrow$ $W = p(V_f - V_i) = p\,\Delta V$

Innere Energie:

$$E_{int} = \frac{f}{2} nRT$$

$f = 3$ (einatomig)

$f = 5$ (zweiatomig)

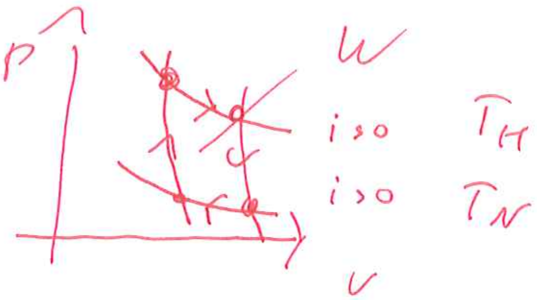
$$Q = n C_V \Delta T$$

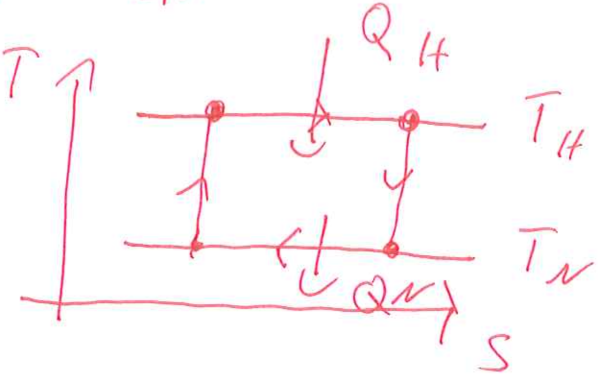
$E_{int} = n c_V \Delta T - \cancel{W}$

$$\Rightarrow C_V = \frac{3}{2} R = 12.5\ \mathrm{J/Mol \cdot K}$$

$$c_V = \frac{\Delta E_{int}}{n \Delta T}$$

Carnot Kreisprozeß





$$W = |Q_H| - |Q_N| \qquad \Delta E_{int} = 0$$

$$\Delta S = \Delta S_H + \Delta S_N = \frac{|Q_H|}{T_H} - \frac{|Q_N|}{T_N} = 0$$

$$T_H > T_N \Rightarrow Q_H > Q_N$$

$$\eta = \frac{|W|}{|Q_H|} \qquad \text{Wirkungsgrad}$$

$$= \frac{|Q_H| - |Q_N|}{|Q_H|} = 1 - \frac{|Q_N|}{|Q_H|} = 1 - \frac{T_N}{T_H}$$

Es gibt keine Folge von Prozessen, bei denen insgesamt eine Wärmemenge aus einem Reservoir entnommen und auch vollständig in Arbeit umgewandelt wird. Keine perfekte Thermodynamische Maschine

Kältemaschine = umgekehrter Carnot Prozeß

$$\varepsilon = \frac{|Q_N|}{|W|} \qquad \text{Leistungszahl}$$

$$= \frac{|Q_N|}{|Q_H| - |Q_N|} = \frac{T_N}{T_H - T_N} \qquad \varepsilon \approx 2.5 \ldots 5$$

$$\Delta S = -\frac{|Q|}{T_N} + \frac{|Q|}{T_H} < 0 \ ↯$$

$Q = n\, c_p\, \Delta T$ $\qquad$ $E_{int} = Q - W = n\, c_v\, \Delta T$

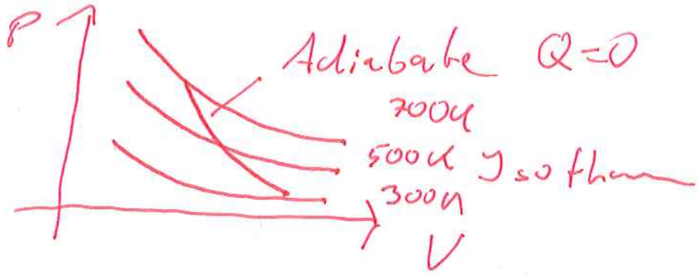
$W = p\, dV = n R \Delta T$

$\Rightarrow c_v = c_p - R$

Adiabatische Ausdehnung ideales Gas

$p \cdot V^{\kappa} = \text{const}$ $\qquad$ $\kappa = c_p / c_v$

$\left(\frac{nRT}{V}\right) V^{\kappa} = \text{const}$



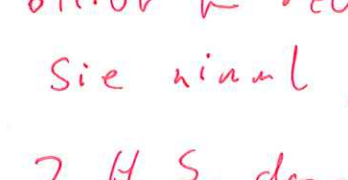
$T V^{\kappa - 1} = \text{const}$

Entropie:

Die Entropie in einem abgeschlossenen System nimmt für irreversible Prozesse immer zu und bleibt für reversible Prozesse konstant. Sie nimmt niemals ab. $\quad \Delta S \geq 0$

2. H.S. der Thermodynamik

$$\Delta S = S_f - S_i = \int_i^f \frac{dQ}{T}$$



1 mol

N_2

irreversibel → reversibel

T ändert sich nicht → Isotherm

$Q = n R T \ln V_f / V_i$ $\qquad$ $\Delta S = n R \ln V_f / V_i$

$= 1\,\text{mol} \cdot 8.31\, J/(\text{mol}\,K) \ln 2$

$= 5,76\, J/K$

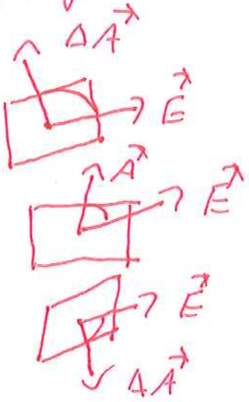
Gaußscher Satz

1. Fluss eines elektrischen Feldes

$$\phi = \sum \vec{E}\cdot\Delta\vec{A} = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A}$$

Fluß durch eine geschlossene Fläche $\left[\frac{Nm^2}{C}\right]$

Fluß kann positiv, null, negativ sein je nach Winkel zwischen $\vec{E}$ und $\Delta\vec{A}$



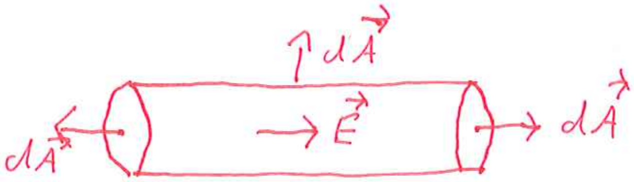
$\phi < 0$

$\phi > 0$

$\phi = 0$

! Der elektrische Fluß ϕ durch eine gaußsche Fläche ist proportional zur Anzahl der elektrischen Feldlinien durch diese Fläche

Beispiel: Zylinder



$$\phi = \oint \vec{E}\, d\vec{A} = \underbrace{\int_a \vec{E}\, d\vec{A}}_{-EA} + \underbrace{\int_b \vec{E}\, d\vec{A}}_{0} + \underbrace{\int_c \vec{E}\, d\vec{A}}_{+EA}$$

$$= 0$$

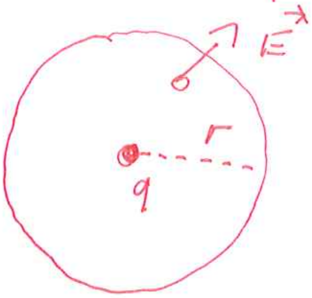
2. Gaußscher Satz:

$$\varepsilon_0 \phi = q_{ein} \qquad \varepsilon_0 \oint \vec{E}\, d\vec{A} = q_{ein}$$

Nur eingeschlossene Ladungen zählen!

Die genaue Verteilung der Ladungen spielt keine Rolle

Gaußscher Satz und Coulombsches Gesetz



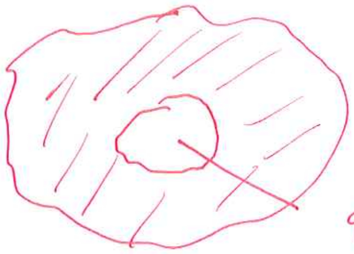
$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \varepsilon_0 \int E\, dA = q_{ein}$$

$$= \varepsilon_0 E \int dA = q$$

$$dA = 4\pi r^2 \Rightarrow \varepsilon_0 E (4\pi r^2) = q$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

Elektrisch Feld im Innern eines Leiters ist Null!



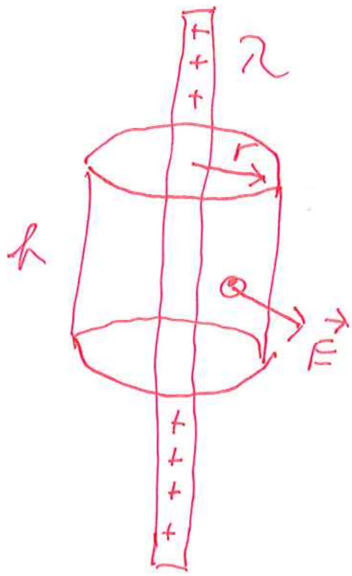
$\Rightarrow$ Gesamtladung Null

$\Rightarrow$ Ladung nur auf OF

Anwendung des Gaußschen Satzes

1. Zylindersymmetrie

unendlich lange Plastikstab mit homogener linearer Ladungsdichte λ



$A = 2\pi r \cdot h$

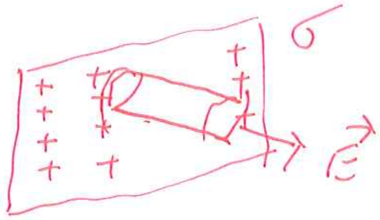
$$\phi = E\,(2\pi r h)$$

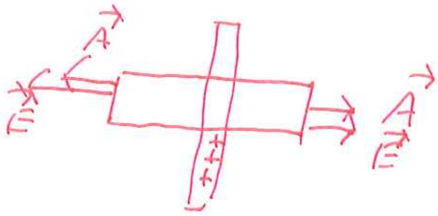
$$\varepsilon_0 \phi = q_{ein}$$

$$\varepsilon_0 E (2\pi r h) = \lambda h$$

$$\Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi \varepsilon_0 r}$$

2. Ebene Symmetrie



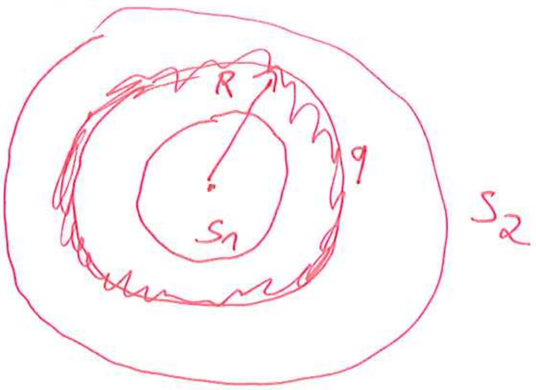


$$\varepsilon_0 \oint \vec{E}\, d\vec{A} = \varepsilon_0 \left(EA + EA \right) = q_{ein} = \sigma A$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$ = const. für jeden Punkt in beliebiger Entfernung

3. Kugelsymmetrie

geladene Kugelschale mit Radius R und Gesamtladung q



S_2: $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2}$

$\Rightarrow$ wie Punktladung!

S_1: $E = 0$ wegen $q_{ein} = 0$

beliebige kugelsymmetrische Ladungsverteilung:

$$\frac{\text{Ladung innerhalb } r}{\text{Volumen } r} = \frac{\text{Gesamtladung}}{\text{Gesamtvolumen}}$$

$$\frac{q'}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \Rightarrow q' = q \frac{r^3}{R^3}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q \frac{r^3}{R^3} \cdot \frac{1}{r^2} = \left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^3} \right) r$$