

Übungsblatt TD 1

E2/E2kompakt Thermodynamik, Prof. Braun, SoSe 2024

Ideales Gas, Gleichverteilungssatz und Thermodynamische Potentiale

Mündliche Aufwärmfragen

Was sind extensive und intensive Zustandsgrößen? Warum ist Wärme allein keine Zustandsgröße, warum Arbeit alleine nicht (Beispiele)? Von welchen Zustandsgrößen hängen U, H, F und G ab? Wieviele Freiheitsgrade hat die Molekülschwingung in O₂? Eines Atoms im Festkörper?

Aufgaben zum Vorrechnen

1. (leicht) Eine Plastiktüte mit 3l Luft (ideales Gas) wird bei 30°C bei 1 bar mit einem Unterseeboot 1km tief in den Ozean gebracht. Welchen Druck erzeugt die Wassersäule (Wasser inkompressibel annehmen, Dichte 1kg/l, $g=10\text{m/s}^2$)? Welches Volumen hat dann die Luft bei einer Wassertemperatur von 3°C?
2. (leicht) Was ist die mittlere Geschwindigkeit von N₂ (Molekulargewicht MW=28g/mol) und H₂ (MW=2g/mol) bei 30°C? Setzen Sie den Gleichverteilungssatz an und nähern Sie $\overline{u^2} \approx \bar{u}^2$. Welche physikalische Konstante kommt Ihnen bei der Größenordnung der Geschwindigkeit in den Sinn?
3. (knifflig) In einem Hagelsturm treffen die Hagelkörner (2g) mit einer Geschwindigkeit von 20 m/s auf ein Fenster mit der quadratischen Fläche 0.5m x 0.5m im Winkel von 60° vom Lot mit einer Frequenz von 10 Hz. Welchen Druck erzeugt der Hagel? Vergleichen Sie mit dem atmosphärischen Druck.
4. Mathematische Aufwärmübung:
Zeigen Sie, daß mit $f = pV$ gilt $df = pdV + Vdp$ (mittel)
5. a) Benutzen Sie die kinetische Herleitung des Drucks des idealen Gases aus der Vorlesung, um eine typische Zeit abzuschätzen, in der 1l Luft (Molekulargewicht 15g/mol) bei Raumtemperatur durch ein 0.1mm² Loch (Durchmesser) in ein äußeres Vakuum entkommt. Sie sollten auf eine Differentialgleichung kommen der Form $dN/dt = -N/\tau$ mit einer Abfallzeitkonstanten τ . Gelöst wird diese Gleichung mit dem Ansatz $N(t) = \text{const} \cdot e^{-t/\tau}$ (knifflig)
b) Ein 24"-Zoll Fahrradreifen mittlerer Breite hat ein Loch, welches die Luft innerhalb einer Stunde entweichen läßt. Schätzen Sie das Volumen des Reifens ab. Benutzen Sie das Ergebnis aus (a) um abzuschätzen, wie groß etwa das Loch ist. (mittel)

6. Die Entropie eines idealen Gases ist gegeben durch (Sackur-Tetrode Gleichung)

$$S(U, V, N) = Nk \left[\ln \left(\frac{V}{N} \left(\frac{4\pi m U}{3Nh^2} \right)^{3/2} \right) + \frac{5}{2} \right] = Nk [\ln(VU^{3/2}N^{-5/2}) + \text{const}]$$

mit Teilchenzahl N , Boltzmannkonstante k , Volumen V , Teilchenmasse m , innerer Energie U und Planck'sches Wirkungsquantum h . Im folgenden reicht der deutlich einfachere Term auf der rechten Seite aus.

a) Formen Sie die Fundamentalrelation $dU = TdS - pdV + \mu dN$ nach dS um und zeigen Sie, warum die Entropie von der inneren Energie U , dem Volumen V und der Teilchenzahl N abhängt (leicht)

b) Zeigen Sie damit die folgenden drei Relationen: (leicht)

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right) \Big|_{V, N} \quad \frac{p}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right) \Big|_{U, N} \quad \frac{\mu}{T} = - \left(\frac{\partial S}{\partial N} \right) \Big|_{U, V}$$

c) Rechnen Sie die ersten zwei Relationen mit obiger Entropie aus. Erkennen Sie sie die Terme wieder? (mittel)

d) Zeigen Sie explizit, daß die Entropie S eine extensive Größe ist, d.h. proportional mit N oder V ansteigt. Tip: Sie werden den Gleichverteilungssatz benötigen. (knifflig)

e) Rechnen Sie den dritten Term für μ/T aus, benutzen Sie nun den vollständigen Ausdruck für S . Zeigen Sie mit dem Gleichverteilungssatz: $\mu = -kT \ln(V/N) + \text{const}(T)$. Dieser Term ist wenig bekannt, spielt aber bei der Diffusion von Gasmischungen eine große Rolle. (knifflig)