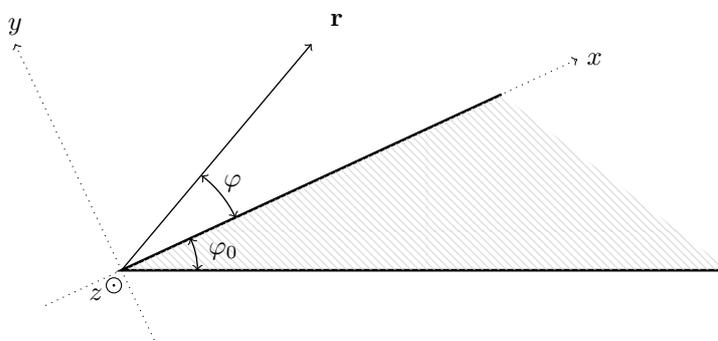


Übungen zu T3p Elektrodynamik im SoSe 2023

Blatt 8

Aufgabe 1: Elektrisches Feld eines keilförmigen Leiters

Ein unendlich langer, keilförmiger Leiter wird auf einem Potential V_0 gehalten. Die beiden ebenen Keilseiten schneiden sich unter dem Winkel $\varphi_0 < \pi$.



- a) Finden Sie die allgemeine Lösung der Laplacegleichung außerhalb des Leiters.
Hinweis: Betrachten Sie das Problem in Zylinderkoordinaten, siehe Abbildung. Führen Sie anschließend den Separationsansatz $V(r, \varphi) = R(r)\Phi(\varphi)$ für das Potential durch und definieren Sie eine Separationskonstante (Warum können Sie das tun?). Geben Sie dann die allgemeine Lösung für $R(r)$ und $\Phi(\varphi)$ in Abhängigkeit von dieser Konstante an.
- b) Wie lauten die Randbedingungen für das Potential in Zylinderkoordinaten? Nutzen Sie diese, um die Konstanten in Ihrer allgemeinen Lösung festzulegen. Durch Superposition sollten Sie folgendes Ergebnis erhalten:

$$V(r, \varphi) = V_0 + \sum_{n=1}^{\infty} V_n r^{\frac{n\pi}{(2\pi - \varphi_0)}} \sin\left(\frac{n\pi}{(2\pi - \varphi_0)}\varphi\right), \quad V_n = \text{const}. \quad (1)$$

Überprüfen Sie explizit, dass dieses Potential die Laplacegleichung löst.

- c) Betrachten Sie nun das Potential in der Nähe des Keils ($r \ll 1$) und berechnen Sie die elektrische Feldstärke. Wie verhält sich deren Betrag an der Kante?
- d) Was passiert mit dem elektrischen Feld an der Kante für den Fall eines keilförmigen Einschnitts ($\pi < \varphi_0 < 2\pi$)?

Aufgabe 2: Spiegelladungen (Staatsexamen Frühjahr 2002)

Gegeben sei das kartesische Koordinatensystem. Es seien zwei Punktladungen q und q' vorgegeben, und zwar befinde sich q im Ursprung und q' im Punkt $(0, b, 0)$.

- Wie lautet das im Unendlichen verschwindende elektrostatische Potential $\Phi(\mathbf{r})$ dieser beiden Punktladungen?
- Sei $b > 0$, $q' = -\alpha q$ und $0 < \alpha < 1$. Das Potential aus Teil a) hat als Äquipotentialfläche $\Phi(\mathbf{r}) = 0$ eine Kugeloberfläche. Bestimmen Sie diese Kugeloberfläche, indem Sie den Radius R und den Mittelpunkt $(0, a, 0)$ mit $a > R$ und $R < \infty$ dieser Kugel bestimmen, siehe Abbildung unten links.
- Man zeige $q' = -\frac{qR}{a}$.
- Sei $a' = a - b$. Man zeige $a'a = R^2$.
- Ein Leiter mit verschwindendem Potential habe die Form einer unendlich ausgedehnten Ebene, welche eine Halbkugel-Auswölbung mit dem Radius R hat. Wählen Sie den Leiter in der (y, z) -Ebene und legen Sie eine Punktladung q in den Punkt $(a, 0, 0)$, siehe Abbildung unten rechts. Bestimmen Sie die Kraft des Leiters auf die Ladung q .

Hinweis: Benutzen Sie am besten die Lösungsmethode mittels einer geeigneten Spiegelladung in der Halbkugel plus zwei weiterer Spiegelladungen mit $x < 0$ und der Resultate der vorherigen Teilaufgaben.

- Skizzieren Sie qualitativ das Potentialfeld und das elektrostatische Feld \mathbf{E} für die Anordnung der Halbkugel-Auswölbung aus Aufgabenteil e).

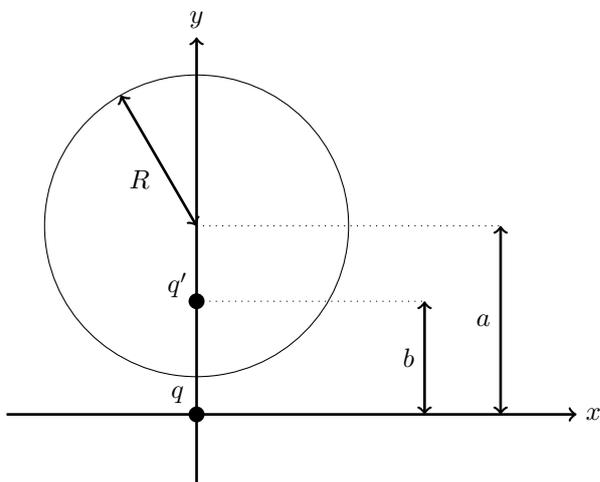


Abb. für 2.b)

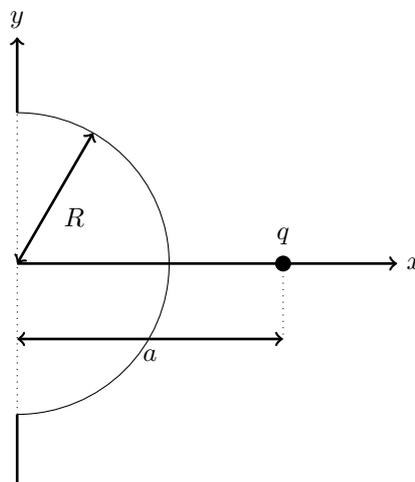


Abb. für 2.e)