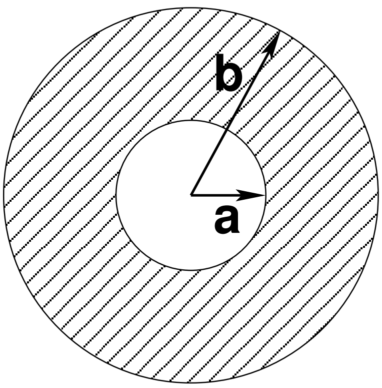
LMU München
Fakultät für Physik

Prof. G. Buchalla 22. Mai 2023

Übungen zu T3p Elektrodynamik im SoSe 2023
Blatt 6

Aufgabe 1: Dielektrische Kugel mit metallischem Kern

Betrachten Sie eine Metallkugel (Radius a, Ladung Q), die von einer kugelschalenförmigen dielektrischen Hülle (Innenradius a, Außenradius $b > a$, Dielektrizitätskonstante ϵ) umgeben ist.



a) Bestimmen Sie das elektrische Feld in allen Raumbereichen.
Hinweis: Berechnen Sie zunächst die dielektrische Verschiebung.

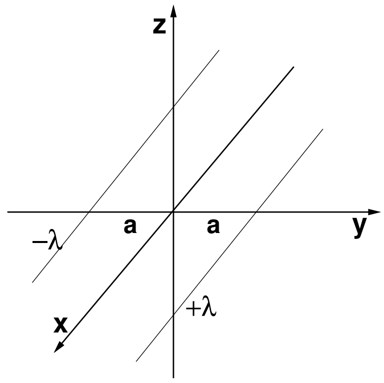
b) Berechnen Sie auch die gebundene Flächenladungsdichte an der inneren und äußeren Grenzfläche.

Aufgabe 2: Potential zweier Drähte

Zwei unendlich lange Drähte verlaufen im Abstand a parallel zur x-Achse und tragen dabei gleichförmige Ladungsdichten $+\lambda$ und $-\lambda$, siehe Abbildung auf Seite 2.

a) Bestimmen Sie das Potential $\Phi(\mathbf{r})$ an jedem Punkt $\mathbf{r} = (x, y, z)^T$ und verwenden Sie dabei den Ursprung als Referenzpunkt.

b) Zeigen Sie, dass die Äquipotentialflächen $\Phi(\mathbf{r}) = V_0 = const.$ kreisförmige Zylinder sind und bestimmen Sie die Achse und den Radius eines Zylinders mit dem Potential V_0.



c) Was erhalten Sie aus Ihren Formeln für den Fall $V_0 = 0$ und wie lässt sich dies erklären?

Aufgabe 3: Einheitensysteme

Die Gleichungen der Elektrodynamik lassen sich schreiben als

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi k_1 \rho \,, \qquad \nabla \times \mathbf{B} = 4\pi k_2 \alpha \mathbf{j} + k_4 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \,,$$
$$\nabla \times \mathbf{E} + k_3 \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \,, \qquad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \,, \tag{1}$$
$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \frac{1}{\alpha}\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \,.$$

mit den Konstanten k_1, k_2, k_3, k_4 und α, die vom Einheitensystem abhängen.

a) Zeigen Sie, dass aus der Gleichung $\nabla \cdot \mathbf{j} + \partial_t \rho = 0$, folgt: $k_4 = k_2\alpha/k_1$.

b) Leiten Sie aus den Maxwell-Gleichungen her, dass für die Kraft F_1 zwischen zwei Punktladungen q und q' im Abstand r und für die Kraft pro Länge dF_2/dl zwischen zwei parallelen, unendlich langen, von den Strömen I und I' durchflossenen Drähten im Abstand d gilt:

$$F_1 = k_1 \frac{qq'}{r^2} \,, \qquad \frac{dF_2}{dl} = 2k_2 \frac{II'}{d} \,. \tag{2}$$

c) Mit $\nabla \cdot \mathbf{j} + \partial_t \rho = 0$ sind die relativen Einheiten von Ladungen und Strömen festgelegt. Daher sind k_1 und k_2 nicht unabhängig. Empirisch gilt $k_1/k_2 = c^2$. Bestimmen Sie die Wellengleichungen für B und zeigen Sie, dass

$$\frac{k_1}{k_2 k_3 \alpha} = c^2 \,, \qquad k_3 = \alpha^{-1} \,. \tag{3}$$

Nehmen Sie k_1 und k_3 als die unabhängigen Parameter. Im cgs-System wird definiert:

$$k_1 = 1 \,, \qquad k_3 = c^{-1} \,.$$

Und im SI-System:

$$k_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \;, \qquad\qquad k_3 = 1 \;.$$

Außerdem definiert man hier

$$k_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \qquad \Rightarrow \qquad \epsilon_0\mu_0 = c^{-2} \;.$$

Als Basiseinheiten wählt man cm, g, s im cgs- und m, kg, s, A im SI-System, wobei nach (2) $1A$ definiert ist über

$$\frac{dF_2}{dl} = 2 \cdot 10^{-7}\frac{N}{m}$$

für 2 parallele Ströme von $1A$ im Abstand von $1m$. Bestimmen Sie μ_0 und ϵ_0.

d) Geben Sie die Maxwellgleichungen im SI-System an.

e) Gleichungen im cgs-System können in das SI-System umgeschrieben werden durch die Ersetzung

$$\mathbf{E} \to \sqrt{4\pi\epsilon_0}\mathbf{E} \;, \qquad \mathbf{B} \to \sqrt{\frac{4\pi}{\mu_0}}\mathbf{B} \;, \qquad \rho[\mathbf{j}] \to \frac{1}{\sqrt{4\pi\epsilon_0}}\rho[\mathbf{j}] \;. \tag{4}$$

Erklären Sie diese Ersetzung. Die Ladungseinheit im cgs-System ist gleich 1esu $\equiv 1g^{1/2}cm^{3/2}s^{-1}$. Was ist die Beziehung zwischen 1esu und 1 Coulomb ($1C = 1As$) im SI-System?