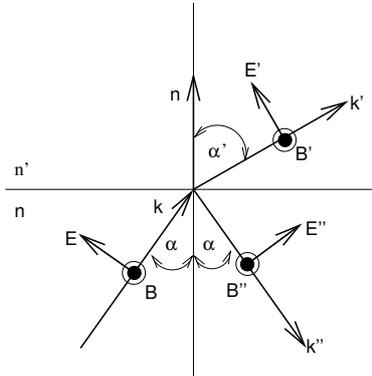


Übungen zu T3p Elektrodynamik im SoSe 2023 Blatt 11

Aufgabe 1: Reflektion und Brechung eines Lichtstrahls

Berechnen Sie die Fresnelschen Formeln für einen Lichtstrahl, dessen elektrischer Feldvektor in einer Ebene parallel zur Einfallsebene schwingt.



Aufgabe 2: Transmissionskoeffizient

Licht der Frequenz ω falle von einem Medium ① durch eine Glasplatte der Dicke d (Medium ②) in ein Medium ③. Zeigen Sie, dass der Transmissionskoeffizient für senkrechten Einfall gegeben ist durch

$$T^{-1} = \frac{1}{4n_1n_3} \left[(n_1 + n_3)^2 + \frac{(n_1^2 - n_2^2)(n_3^2 - n_2^2)}{n_2^2} \sin^2 \left(\frac{n_2\omega d}{c} \right) \right]. \quad (1)$$

Drücken Sie hierzu alle Wellen mit ihren komplexen Amplituden aus und setzen Sie die Amplituden mittels geeigneter Randbedingungen an den beiden Grenzflächen in Verbindung. Alle drei Medien sollen linear und homogen sein. Nehmen Sie $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_0$ an.

Aufgabe 3: Lichtstrahlen in der Atmosphäre

Lichtstrahlen werden in der Atmosphäre aufgrund des höhenabhängigen Brechungsindex abgelenkt. Daher sieht ein Beobachter auf der Erde einen Stern am Himmel nicht unter dem wahren Zenitwinkel α , sondern unter dem scheinbaren Winkel $\alpha - \Delta\alpha$.

- a) Geben Sie $\Delta\alpha$ als Funktion von α und des Brechungsindex n am Beobachtungsort an. Berücksichtigen Sie dabei, dass der Brechungsindex von Luft nahe 1 liegt. Vernachlässigen Sie außerdem die Krümmung der Erdoberfläche, was für nicht zu große Winkel α gerechtfertigt ist.

Hinweis: Der Brechungsindex als Funktion der Höhe z über der Erdoberfläche sei $n(z)$. Die vertikale Ausdehnung der Atmosphäre sei h . Weiter gelte $n(0) = n$ und $n(h) = 1$. Überlegen Sie sich, wie der Winkel $\alpha(z)$ von z abhängt. Zerlegen Sie dazu die Atmosphäre in N Schichten der Dicke h/N . Verwenden Sie anschließend das Brechungsgesetz und betrachten Sie den Grenzwert $N \rightarrow \infty$. Das Endergebnis lautet $\Delta\alpha = (n - 1)\tan \alpha$.

Helgoland ist 60km von Cuxhaven entfernt. Aufgrund der Erdkrümmung besteht keine direkte Sichtverbindung (Erdradius $R = 6,37 \cdot 10^3$ km). Dennoch kommt es vor, dass Helgoland am Horizont auf dem Kopf stehend in Cuxhaven zu sehen ist. Dies kann auf eine Luftspiegelung zurückgeführt werden.

- b) Wie hoch müsste eine Insel auf halber Strecke zwischen Helgoland und Cuxhaven sein, damit sie von beiden Orten aus direkt gesehen werden kann?
- c) Angenommen über der Nordsee liege eine kalte Luftschicht mit der Temperatur $T = -10^\circ$ C, deren Dicke der berechneten Inselhöhe entspricht. Welche Temperatur müsste die über dieser kalten Schicht liegende Luft haben, damit Helgoland durch Totalreflektion an der Grenze zwischen den beiden Luftschichten in Cuxhaven sichtbar wird? Nehmen Sie dabei an, dass die Brechzahl n der Luft in der Form $n^2(T) = 1 + \frac{a}{T}$ mit $a = 0,15$ K von der absoluten Temperatur abhängt.