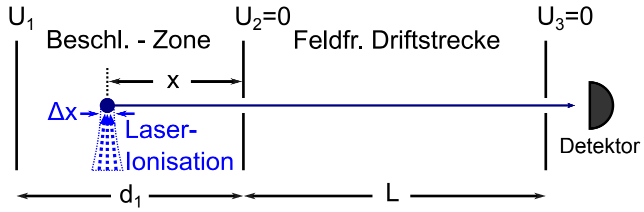
2. Übung zur Vorlesung Atom- und Molekülphysik (E4) SS2023

Besprechung in der Woche vom 8.5.

Aufgabe 5 Flugzeit-Massenspektrometer

Zum empfindlichen und selektiven Nachweis von Molekülen werden Flugzeitmassenspektrometer eingesetzt. Die Moleküle werden (zumeist mit gepulsten Lasern) ionisiert und mit elektrostatischen Feldern beschleunigt. Die Messgröße ist die Flugzeit, die die Ionen von der Wechselwirkungszone zum Detektor benötigen.



a) Ein einfaches Spektrometer hat nur eine Beschleunigungszone ($U_1 \to U_2 = 0$) sowie eine nachfolgende feldfreie Driftstrecke der Länge L. Berechnen Sie die Flugzeit T vom Ionisationsort x bis zum Detektor für ein einfach positiv geladenes Ion in Abhängigkeit von dessen Masse m.
Der Abstand der beiden Elektroden beträgt $d_1 = 5\,\text{cm}$ und die Ionisation findet in der Mitte der Beschleunigungszone bei $x = \frac{d_1}{2} = 2.5\,\text{cm}$ statt. Wie groß ist bei einer Spannung U_1 von $300\,\text{V}$ und einer Driftstrecke L von $75\,\text{cm}$ die Flugzeit eines Ions mit einer Masse $m = 40\,\text{u}$?

b) **(nur E4, kein E4p)** Bei diesem einfachen Aufbau hängt die Flugzeit T empfindlich vom Entstehungsort x der Ionen ab. Wie groß ist die Massenauflösung $\frac{m}{\Delta m}$ bei $m = 40\,\text{u}$ und $x = 2.5\,\text{cm}$, wenn die Zone, in der die Moleküle ionisiert werden (gegeben durch die Fokusgröße des ionisierenden Lasers) eine Breite $\Delta x = 300\,\mu\text{m}$ hat?
Stellen Sie dazu die Ionenmasse m als Funktion der Flugzeit T und des Entstehungsortes x dar und leiten Sie daraus $\frac{dm}{dx}$ bei festem T her. Ermitteln Sie damit die scheinbare Massenunschärfe Δm, die von Δx herrührt.

Aufgabe 6 Erwartungswerte

Die (eindimensionale) Wellenfunktion $\psi(r)$ eines Teilchens sei gegeben durch

$$\psi(r) = N \frac{e^{ip_0 r/\hbar}}{\sqrt{a^2 + r^2}},$$

wobei a, p_0 reelle Parameter sind und N die Normierungskonstante ist.

a) Bestimmen Sie die Normierungskonstante N.

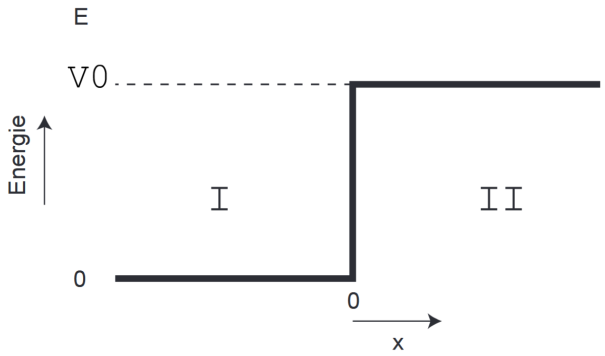
b) **(optional)** Verwenden Sie ein geeignetes Computerprogramm (Mathematica, Matlab, GNU Octave, Python, etc.) und plotten Sie das Betragsquadrat der Wellenfunktion für $a = 1\,\text{Å}$, $a = 2\,\text{Å}$ und $a = 10\,\text{Å}$ in einem sinnvollen Bereich.

c) Sie messen den Ort r des Teilchens. Mit welcher Wahrscheinlichkeit findet man das Teilchen im Intervall $[-\sqrt{3}a, \sqrt{3}a]$?

d) Berechnen Sie die Erwartungswerte für Ort $\langle r \rangle = \langle \psi | \hat{r} | \psi \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dr \psi^*(r) r \psi(r)$ und Impuls $\langle p \rangle = \langle \psi | \hat{p} | \psi \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dr \psi^*(r) \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial r}\right) \psi(r)$ des Teilchens.

Aufgabe 7 Potentialstufe

Ein Teilchenstrom aus Protonen mit kinetischer Energie E trifft bei $x = 0$ von links auf eine Potentialbarriere der Höhe V_0 (siehe Abbildung).



a) Geben Sie einen Ausdruck für den Anteil der reflektierten Teilchen in Abhängigkeit von E und V_0 an. Skizzieren Sie den Verlauf dieser Reflektionswahrscheinlichkeit als Funktion von E/V_0 und erklären Sie.

b) Wie groß ist der Anteil der reflektierten Protonen, wenn deren kinetischen Energie $E = 1\,\mathrm{keV}$ und die Höhe der Potentialbarriere $V_0 = 10\,\mathrm{eV}$ beträgt? Wie groß ist die Geschwindigkeit der Protonen vor und hinter der Potentialbarriere? Was würden Sie klassisch erwarten?

c) Wie groß ist die typische Eindringtiefe von Protonen mit Energie $E = 1\,\mathrm{eV}$ in den Bereich II (bei $V = 10\,\mathrm{eV}$)?