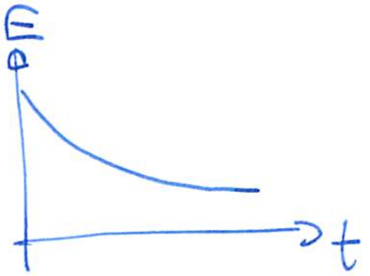
EDG 11.1

1) a)



$$E(t) = E_0 \cdot e^{-t/\tau}$$

$$0.98 = 1 \cdot e^{-t/\tau}$$

⇝ $-t/\tau = \ln 0.98$ mit $t = T$

Gesucht: $0.5 = 1 \cdot e^{-nT/\tau}$

$$-\frac{nT}{\tau} = \ln 0.5$$

$$+n \cdot \ln 0.98 = \ln 0.5 \rightsquigarrow n = \frac{\ln 0.5}{\ln 0.98} = 34,3$$

⇝ nach $n \geq 34.3$ Perioden

b) Gütefaktor:

$$Q = 2\pi \cdot \frac{\text{gespeicherte Energie}}{\text{in einer Periode abgegebene Energie}}$$

$$= 2\pi \frac{\cancel{E_0} \cdot \cancel{e^{-t/\tau}}}{\underbrace{-\cancel{E_0} \cdot (-t/\tau)\,\cancel{e^{-t/\tau}}}_{-dE/dt}} \quad \text{für } t = T$$

$$= 2\pi \cdot \frac{1}{+T/\tau} = \frac{2\pi}{-\ln 0.98} \quad \text{(siehe a)}$$

$$= 311 .$$

c) $$\frac{\text{Bandbreite}}{\text{Resonanzfrequenz}} = Q^{-1} = \frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta \omega}{\omega}$$

$\leadsto \Delta f = 100\,\text{Hz}/Q = 0{,}32\,\text{Hz}.$

2) a)

$$-\frac{d}{dt}(W_C+W_L)=I^2R$$

$$-\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}Q^2/C+\frac{1}{2}LI^2\right]=I^2R$$

$$-\frac{Q\dot{Q}}{C}-LI\dot{I}=I^2R \qquad \Big|\ \frac{1}{I\equiv\dot{Q}}$$

$$-\frac{Q}{C}-L\dot{I}=IR \qquad \Big|\ \text{Ableiten}$$

$$-\frac{I}{C}-L\ddot{I}=\dot{I}R$$

$$L\ddot{I}+R\dot{I}+I/C=0$$

b) <u>Ansatz:</u>

$$\frac{I}{C}=\frac{I_0}{C}e^{-w_1t}\cos(wt+\varphi)$$

$$+R\dot{I}=+RI_0\left[-w_1e^{\square}\cos\square-we^{\square}\sin\square\right]$$

$$L\ddot{I}=+LI_0\left[-w_1\left(-w_1e^{\square}\cos\square-we^{\square}\sin\square\right)-w\left(-w_1e^{\square}\sin\square+we^{\square}\cos\square\right)\right]$$

Summieren, I_0 streichen, Terme sammeln:

Terme vor $e^{-w_1t}\cos()$: $\frac{1}{C}-Rw_1+Lw_1^2-Lw^2=0$

$e^{-w_1t}\sin()$: $-Rw+Lww_1+Lww_1=0$

Sin-Terme: $R - 2Lw_1 = 0$

$\leadsto w_1 = +\frac{R}{2L}$

eingesetzt in cos-Terme: $\frac{1}{C} - \frac{R^2}{2L} + \frac{R^2}{4L} - w^2 L = 0$

$\frac{1}{C} - \frac{R^2}{4L} - w^2 L = 0$

$\leadsto w^2 L = \frac{1}{C} - \frac{R^2}{4L}$

$w = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$

φ kann frei gewählt werden.

c) $w_1 = \frac{R}{2L} = 10^5 \, 1/s$

$w = 9.94 \cdot 10^5 \, 1/s = 2\pi f \leadsto f = 160 \, kHz$

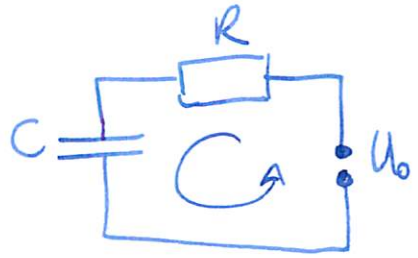
Wegen Energie $\sim I^2$

$\leadsto I^2 \sim e^{-2w_1 t} = e^{-\frac{R}{L} t}$

$Q = 2\pi \cdot \frac{\cancel{e^{-R/L T}}}{\frac{R}{L} T \cdot \cancel{e^{-R/L T}}}$

3) Aus $c^2 = \frac{1}{\mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0} \rightsquigarrow c = \sqrt{\frac{1}{\mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0}} = 1{,}92\cdot 10^8 \frac{m}{s}$

4a)



<u>Aufladen:</u>

$$U_0 = \frac{Q}{C} + IR$$

$$U_0 = \frac{Q}{C} + \dot{Q}R$$

<u>Entladen:</u>

$$0 = \frac{Q}{C} + \dot{Q}R$$

b) Ansatz für Q, dann einfach Spannung auf Kondensator mittels $U = Q/C$.

$$Q = Q_0 + Q_1 e^{-t/\tau}$$

$$\dot{Q} = -Q_1/\tau \, e^{-t/\tau}$$

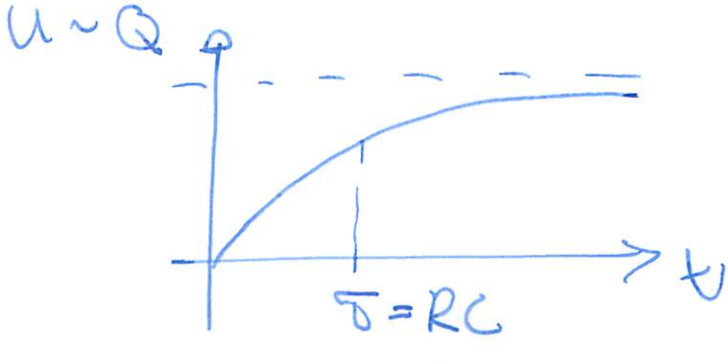
$$\leadsto U_0 = \frac{Q_0}{C} + \frac{Q_1}{C} e^{-t/\tau} - \frac{Q_1 R}{\tau} e^{-t/\tau}$$

$$\leadsto U_0 = \frac{Q_0}{C} \; ; \; \frac{Q_1}{C} = \frac{Q_1 R}{\tau} \leadsto \tau = RC$$

~~$\leadsto$ Lösung $Q =$~~ wegen $Q(t=0) = 0$

$$\leadsto Q_1 = -Q_0$$

$$\leadsto \text{Lösung } Q = C U_0 \left(1 - e^{-t/RC}\right)$$



$\tau = 4\,\text{ms}$.

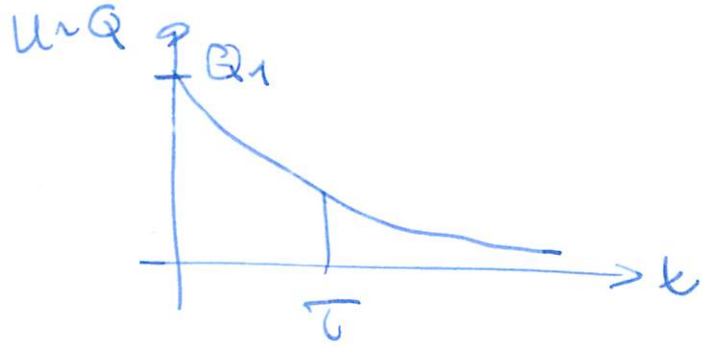
$R = 200\,\Omega$
$C = 20\,\mu F$

c) Entladen:

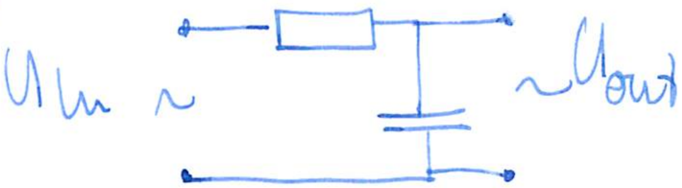
$$0 = \frac{Q}{C} + \dot{Q} \cdot R$$

nun einfach $Q_0 = U_0 = 0$ und $Q(t=0) = Q_1$

$\rightsquigarrow$ $Q = Q_1 e^{-t/\tau}$ mit $\tau = RC$



d)



Bei hoher Frequenz schließt die Kapazität durch den immer kleineren „Widerstand" die Schaltung kurz und läßt U_{out} abfallen $\rightsquigarrow$ Tiefpass.

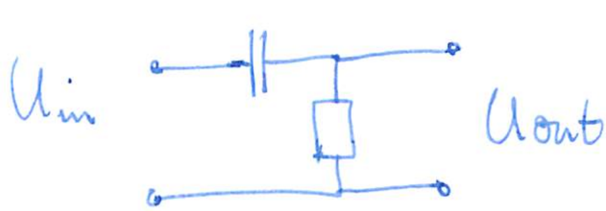
$$f \approx \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC} \overset{!}{=} 2\,\text{kHz}$$

$\rightsquigarrow$ $C = \frac{1}{Rf} = 1\,\mu F$

(genaue Rechnung $f = \frac{1}{2\pi RC}$

$\rightsquigarrow$ $C = 0{,}16\,\mu F$)

e)



Kondensator überträgt bei hohen Frequenzen. C bleibt gleich.