

Übungen zu T1p Mechanik im SoSe 2022

Blatt 6

Aufgabe 1: Mathematisches Pendel

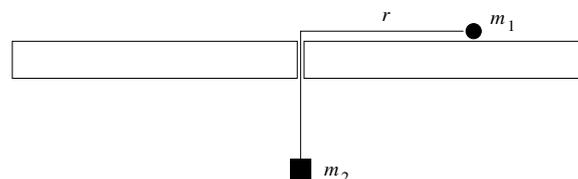
Berechnen Sie die Schwingungsdauer  $T$  eines Pendels (Länge  $l$ ) im Schwerfeld der Erde als Funktion des maximalen Ausschlagswinkels  $\alpha$ . Entwickeln Sie das Resultat für kleine  $\alpha$  bis zur zweiten Ordnung.

*Hinweis:* Benutzen Sie den Energiesatz und führen Sie das Integral zurück auf das elliptische Integral erster Art,

$$K(x) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - x^2 \sin^2 \theta}} = \frac{\pi}{2} \left( 1 + \frac{x^2}{4} + \frac{9x^4}{64} + \dots \right). \quad (1)$$

Aufgabe 2: Zentralkraft

Ein Faden der Länge  $l$  läuft durch ein Loch in einer reibungsfreien horizontalen Platte. An seinen beiden Enden sind Massen  $m_1$  und  $m_2$  befestigt. Die Masse  $m_1$  bewegt sich frei auf der horizontalen Platte, während  $m_2$  immer senkrecht im Schwerfeld hängt. Der Abstand von  $m_1$  vom Loch sei  $r$  mit  $r < l$  (siehe Abbildung). Zur Zeit  $t = 0$  bewegt sich die Masse  $m_1$  mit einer Geschwindigkeit  $v_0$  senkrecht zum Faden, während der Abstand zum Loch  $r_0$  beträgt.



- a) Wie lautet in den Polarkoordinaten  $r$  und  $\theta$  die Lagrangefunktion? Geben Sie die Euler-Lagrange-Gleichungen für dieses System an.
- b) Geben Sie zwei unabhängige Erhaltungsgrößen an. Welche Werte haben diese Erhaltungsgrößen für die angegebenen Anfangsbedingungen?