

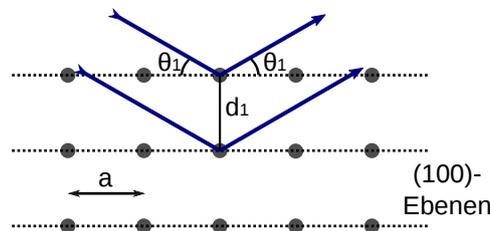
2. Übung zur Vorlesung Atom- und Molekülphysik (E4) SS2021

Prof. H. Weinfurter, Dr. L. Knips

Aufgabe 4 Beugung von Neutronen

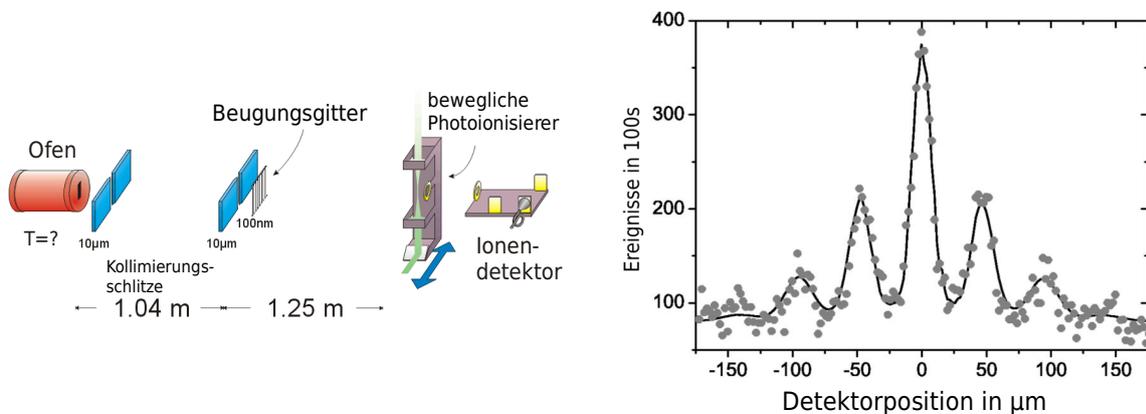
In einem Forschungsreaktor werden in einer Kernreaktion Neutronen erzeugt, welche dann im Moderatormaterial durch Stöße auf thermische Energien gebremst werden, mit Geschwindigkeiten entsprechend einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung. Die Temperatur des Moderators im Reaktor sei 60°C .

- Welche de Broglie-Wellenlänge λ_{dB} entspricht der mittleren thermischen Geschwindigkeit der Neutronen?
- Unter welchem Winkel θ_1 könnte man Bragg-Reflexion von diesen Neutronen an einem Kristall beobachten? Leiten Sie dazu die Bragg-Gleichung aus der Bedingung für konstruktive Interferenz anhand des Bildes ab. Der Kristall sei kubisch mit Gitterkonstante $a = 3.61 \cdot 10^{-10}\text{ m}$, es soll der Reflex 1. Ordnung der (100)-Ebenen betrachtet werden.



Aufgabe 5 Beugung von Materiewellen am Gitter

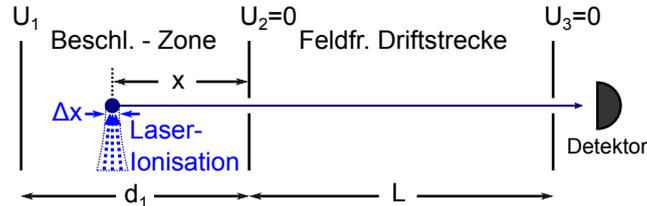
Mit ausgefeilten Experimenten lässt sich die Wellennatur der Materie für immer größere und komplexere Objekte nachweisen. So wurde unter anderem mit Hilfe eines Beugungsgitters Interferenz von einzelnen C_{60} -Molekülen, sogenannten Buckminster-Fullerenen ("buckyballs"), beobachtet (siehe z.B. American Journal of Physics **71**, 319 (2003) bzw. Nature **401**, 680 (1999)). Dabei wurde ein C_{60} -Molekularstrahl aus einem Ofen (nach Geschwindigkeitsselektion) senkrecht auf ein Beugungsgitter mit einer Gitterkonstanten von 100 nm geschickt. 1.25 m hinter dem Gitter wurde die Verteilung der Moleküle senkrecht zur Ausbreitungsrichtung des Strahls gemessen (siehe Bild).



- Berechnen Sie aus dem beobachteten Interferenzmuster die de Broglie-Wellenlänge λ_{dB} der C_{60} -Moleküle und vergleichen Sie diese mit deren Durchmesser (ca. $0,7\text{ nm}$).
- Bestimmen Sie, bei welcher mittleren Austrittsgeschwindigkeit aus dem Ofen die Moleküle die beobachtete Wellenlänge haben. Schätzen Sie daraus die Temperatur des Ofens ab.

Aufgabe 6 Flugzeit-Massenspektrometer

Zum empfindlichen und selektiven Nachweis von Molekülen werden Flugzeitmassenspektrometer eingesetzt. Die Moleküle werden (zumeist mit gepulsten Lasern) ionisiert und mit elektrostatischen Feldern beschleunigt. Die Messgröße ist die Flugzeit, die die Ionen von der Wechselwirkungszone zum Detektor benötigen.



- a) Ein einfaches Spektrometer hat nur eine Beschleunigungszone ($U_1 \rightarrow U_2 = 0$) sowie eine nachfolgende feldfreie Driftstrecke der Länge L . Berechnen Sie die Flugzeit T vom Ionisationsort x bis zum Detektor für ein einfach positiv geladenes Ion in Abhängigkeit von dessen Masse m .

Der Abstand der beiden Elektroden beträgt $d_1 = 3$ cm und die Ionisation findet in der Mitte der Beschleunigungszone bei $x = \frac{d_1}{2} = 1.5$ cm statt. Wie groß ist bei einer Spannung U_1 von 200 V und einer Driftstrecke L von 50 cm die Flugzeit eines Ions mit einer Masse $m = 35$ u?

- b) (**nur E4, kein E4p**) Bei diesem einfachen Aufbau hängt die Flugzeit T empfindlich vom Entstehungsort x der Ionen ab. Wie groß ist die Massenaufösung $\frac{m}{\Delta m}$ bei $m = 35$ u und $x = 1.5$ cm, wenn die Zone, in der die Moleküle ionisiert werden (gegeben durch die Fokusgröße des ionisierenden Lasers) eine Breite $\Delta x = 200$ μm hat?

Stellen Sie dazu die Ionenmasse m als Funktion der Flugzeit T und des Entstehungsortes x dar und leiten Sie daraus $\frac{dm}{dx}$ bei festem T her. Ermitteln Sie damit die scheinbare Massenschärfe Δm , die von Δx herrührt.

Aufgabe 7 Größenordnungen und Einheiten

- a) Welchen Energieunterschied haben die durch die Natrium-D1-Linie ($\lambda = 589.76$ nm) verbundenen Niveaus in Einheiten von $k_B \cdot 1$ K, wobei $k_B = 1.381 \cdot 10^{-23}$ J/K die Boltzmann-Konstante bezeichnet?
- b) Betrachten Sie ein System, das nur diese beiden dem Übergang aus a) entsprechenden Niveaus besitze. Welcher Anteil der Atome befindet sich bei Raumtemperatur im angeregten Zustand?
- c) Bei welcher Temperatur sind 10 %, bei welcher 50 % der Atome angeregt?
- d) Berechnen Sie die Wellenlänge der Materiewelle eines ^{87}Rb -Atoms (Masse: 87 u mit der atomaren Masseneinheit $1 \text{ u} = 1.66 \cdot 10^{-27}$ kg) bei 100 nK und bei Raumtemperatur (300 K).
- e) Die für den Abstand zwischen Atomkern und Elektron relevante Größenordnung ist das Ångström mit $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m} = 0.1 \text{ nm}$. Berechnen Sie die Beschleunigung, die ein Elektron bei einem Abstand von 1 \AA durch die Gravitation des Wasserstoff-Kerns erfährt. Vergleichen Sie diese Beschleunigung mit der Beschleunigung des Elektrons durch die elektrostatische Anziehung.
- f) Betrachten wir drei Oszillatoren: ein mechanisches Pendel (1 Hz), eine moderne Computer-CPU (Turbo-Frequenz von etwa 4 GHz) sowie ein atomarer Übergang einer Strontium-Atomuhr (429 228 004 229 874 Hz). Warum eignet sich eine Atomuhr besser zur Zeitmessung als eine Pendeluhr? Wie viele Perioden durchläuft das Strontium-System innerhalb eines Taktes eines modernen Computers? Berechnen Sie die Strecke, die Licht in jeweils einer Periode der drei Oszillatoren zurücklegt.