

Blatt 04: Entropie II

Ausgabe: Montag, 18.05.20; Besprechung: Montag, 25.05.20

Aufgabe 1 Entropie eines Gummibands

Wir wollen uns anhand empirischer Beobachtungen eine plausible Entropiefunktion für ein Gummiband überlegen. Das Band habe im unausgedehnten Zustand die Länge L_0 . Es übt eine Tension \mathcal{T} aus, also eine Zugkraft, wenn es auf eine Länge $L_0 < L < L_{el}$ gezogen wird. Wir beschränken unser Model auf diesen Bereich, in dem die Kraft proportional zur Dehnung ist. Gehen Sie wie folgt vor:

- Begründen Sie den Ausdruck $E = cL_0T$ in einem relevanten Temperaturbereich qualitativ.
- Was entspricht dem Term $-p dV$ für das Gummiband?
- $\mathcal{T} \propto L - L_0$. Bestimmen Sie $f(T)$ in

$$\mathcal{T}(T, L) = bf(T) \frac{L - L_0}{L_{el} - L_0}. \quad (1)$$

Hinweis: Benutzen Sie eine Identität für gemischte zweite Ableitungen.

- Berechnen Sie nun $S(E, L)$.

Aufgabe 2 Entropie gemischter idealer Gase

In der Vorlesung haben wir das Argument verwendet, dass gemischte ideale Gase wie getrennte Systeme betrachtet werden können, sodass wir ihre Entropien addieren. Vielleicht sind Sie davon nicht überzeugt.

Ausgehend von den empirischen Zustandsgleichungen,

$$PV = (N_1 + N_2)k_B T \quad \text{und} \quad E = \xi_1 N_1 k_B T + \xi_2 N_2 k_B T, \quad (2)$$

leiten Sie unser Argument mittels der Gleichungen für dE und dS für mehrere Teilchensorten her.

Aufgabe 3 Freie Expansion eines Gases

Wir nehmen ein ideales Gas von N Teilchen mit Energie E in einem isolierten Behältnis von Volumen V an. Der Behälter ist unterteilt, sodass das Gas anfangs nur die linke Hälfte $V/2$ ausfüllen kann, während in der anderen ein Vakuum ist. Die Trennwand wird entfernt und das Gas kann in die zweite Hälfte expandieren. Bestimmen Sie den Gleichgewichtszustand

- anhand der Entropie des idealen Gases.
- mittels unserer Überlegungen zu Gleichgewichtszuständen aus Kapitel 7.

Von welcher Art sind die Maxima?

Aufgabe 4 Entropie und Unordnung

Betrachten Sie zwei ideale Gase bei Temperatur T mit jeweils N Teilchen, welche in einem kleinen Volumen V_{init} vermischt sind. Daneben sind zwei Volumina $V_{1,2} = 99V_{\text{init}}$, welche voneinander, sowie von V_{init} getrennt sind. Nun verbinden Sie V_1 und V_2 mittels semipermeabler Membranen mit V_{init} , sodass Gas 1 nur in Volumen V_1 expandieren kann und Gas 2 nur in V_2 . Bestimmen Sie die Gleichgewichtsbedingung. Wie sehr nimmt die Entropie zu? Würden Sie sagen, dass die Unordnung zugenommen hat?