LMU München
Fakultät für Physik

Prof. G. Buchalla 15. Juni 2020

Übungen zu T1p Mechanik im SoSe 2020
Blatt 9

Aufgabe 1: Künstlicher Oszillator

Wir betrachten ein punktförmiges Teilchen, das sich in der Ebene auf einer Zykloide der Form $x(\phi) = a(\phi + \sin(\phi))$ und $y(\phi) = a(1 - \cos(\phi))$ bewegen kann $(-\pi < \phi < \pi)$ und sich unter dem Einfluss eines homogenen Gravitationsfeldes $U(y) = mgy$ befindet.

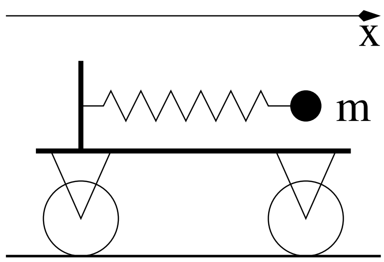
a) Leiten Sie folgende Lagrangefunktion mit der generalisierten Koordinate ϕ her:

$$\mathcal{L} \;=\; ma^2\dot{\phi}^2(1 + \cos(\phi)) - mga(1 - \cos(\phi)).$$

b) Leiten Sie die Euler-Lagrange-Gleichung dieses Systems her und weisen Sie nach, dass es sich dabei um die Bewegungsgleichung eines harmonischen Oszillators der Variablen $q = \sin(\phi/2)$ handelt (mit welcher Frequenz ω ?).

Aufgabe 2: Gekoppelte Schwingung

Ein Wagen mit Masse M (Leergewicht) bewegt sich reibungsfrei auf einer Schiene. Auf der Ladefläche befindet sich eine Masse m, die über eine Feder mit Federkonstante k reibungsfrei am Wagen befestigt ist, und nur parallel zur Schiene schwingen kann. Wählen Sie als Koordinaten die Positionen des Wagens (x_1) und der Masse m (x_2). Es empfiehlt sich, den Nullpunkt der Koordinaten so zu wählen, dass für die entspannte Feder $x_1 = x_2$ ist.



a) Geben Sie die gesamte kinetische bzw. potentielle Energie des Systems an, sowie eine Lagrangefunktion.

b) Finden Sie 2 Symmetrien der Lagrange–Funktion, und geben Sie die entsprechenden Erhaltungsgrößen an (explizit, aber ohne Herleitung).

c) Leiten Sie die Bewegungsgleichungen her. Finden Sie geeignete Koordinaten q_1 und q_2, so dass die Bewegungsgleichungen "entkoppeln", d.h. jeweils nur eine der beiden Koordinaten enthalten (Hinweis: Teil (b) kann hierfür hilfreich sein).

d) Finden Sie die allgemeine Lösung des Systems für die Positionen des Wagens und der Masse.

Besprechung in der Woche vom 22.6. - 26.6.2020