

Übungen zu T1p Mechanik im SoSe 2020

Blatt 6

Aufgabe 1: Mathematisches Pendel

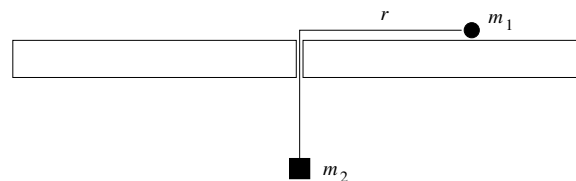
Berechnen Sie die Schwingungsdauer T eines Pendels (Länge l) im Schwerfeld der Erde als Funktion des maximalen Ausschlagswinkels α . Entwickeln Sie das Resultat für kleine α bis zur zweiten Ordnung.

Hinweis: Benutzen Sie den Energiesatz und führen Sie das Integral zurück auf das elliptische Integral erster Art,

$$K(x) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - x^2 \sin^2 \theta}} = \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{x^2}{4} + \frac{9x^4}{64} + \dots \right). \quad (1)$$

Aufgabe 2: Zentralkraft

Ein Faden der Länge l läuft durch ein Loch in einer reibungsfreien horizontalen Platte. An seinen beiden Enden sind Massen m_1 und m_2 befestigt. Die Masse m_1 bewegt sich frei auf der horizontalen Platte, während m_2 immer senkrecht im Schwerfeld hängt. Der Abstand von m_1 vom Loch sei r mit $r < l$ (siehe Abbildung). Zur Zeit $t = 0$ bewegt sich die Masse m_1 mit einer Geschwindigkeit v_0 senkrecht zum Faden, während der Abstand zum Loch r_0 beträgt.



- Wie lautet in den Polarkoordinaten r und θ die Lagrangefunktion? Geben Sie die Euler-Lagrange-Gleichungen für dieses System an.
- Geben Sie zwei unabhängige Erhaltungsgrößen an. Welche Werte haben diese Erhaltungsgrößen für die angegebenen Anfangsbedingungen?