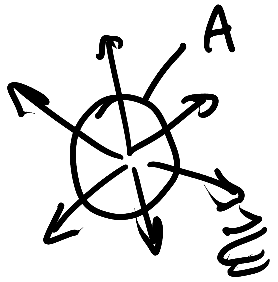
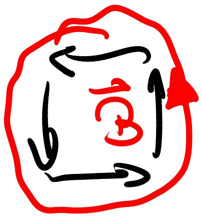
Wir starten 8:15. Fragen ab 8:05. Fragen?



$\iint \vec{E}\, d\vec{A} \neq 0$

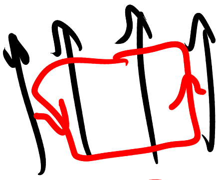
$\operatorname{div} \vec{E} \neq 0$

$\partial_x E_x + \partial_y E_y + \partial_z E_z \neq 0$

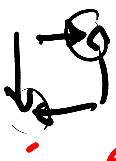


$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} \neq 0$

$\operatorname{rot} \vec{B} = 0$



$\operatorname{rot} B = 0$

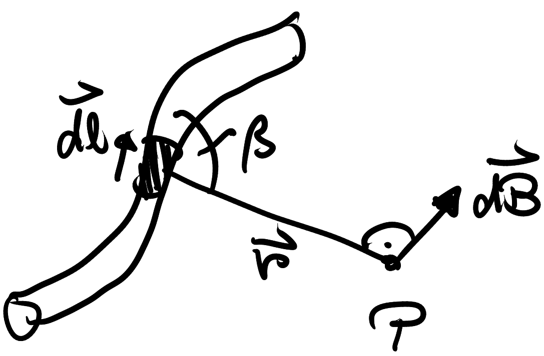


$\operatorname{rot} \vec{B} = 0$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \begin{pmatrix} \partial_y B_z - \partial_z B_y \\ \vdots \\ \vdots \end{pmatrix}$$

Biot-Savart'sches Gesetz

Ampère'sche Gesetz ist nur für einfache Geometrien gültig, nämlich für gerade, ausgedehnte Leiter

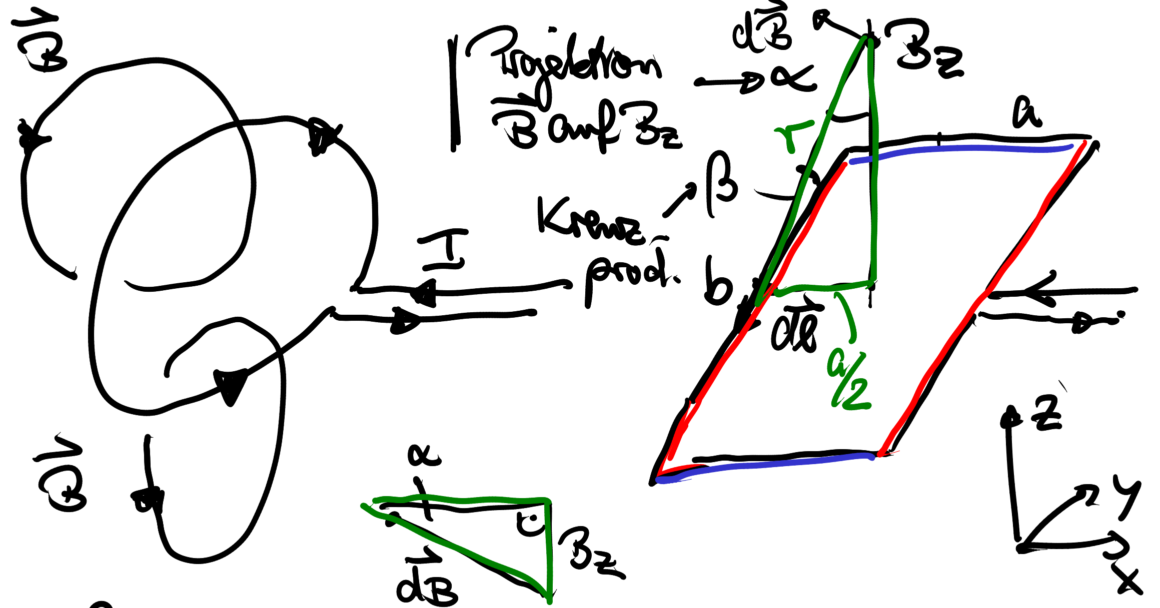


$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^2}$$

$$\left| \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r} \right| = dl \cdot \sin\beta$$

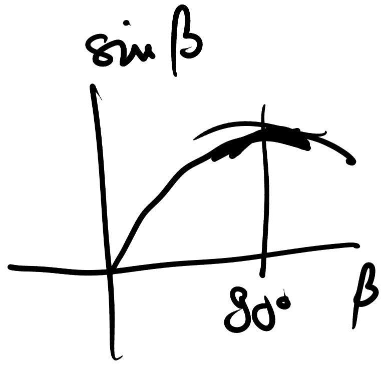
Gesamtfeld $\vec{B}$ in Punkt P durch Integration über alle Leiterelemente $d\vec{l}$.

Beispiel:



Frage: B_z für $z \gg a, b$

$$dB_z = \frac{\mu_0}{4\pi r^2}\, dl \cdot \sin\beta \cdot \sin\alpha$$

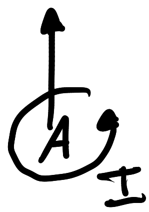


mit $\beta = \sphericalangle\, dl, r \approx 90°$: $\sin\beta \approx 1$

aber $\sin\alpha \approx \frac{a/2}{r} \approx \frac{b/2}{r}$ $\qquad \sin x \approx x$

$$B_z(x=0, y=0) = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2}\left(\cancel{2}b \cdot \frac{a/\cancel{2}}{r} + \cancel{2}a\, \frac{b/\cancel{2}}{r}\right)$$

$$= \mu_0 \frac{I \cdot \overbrace{a \cdot b}^{A}}{2\pi r^3}$$



Verallgemeinern: $I \cdot a \cdot b$: Strom um Fläche

$= m =$ magnetischer Moment

$$B_z(x, y=0) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{m}{r^3} \quad (z \gg a, b)$$

$$\left(\text{Wir hatten: } \quad E_z = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{p}{r^3}\right)$$

Im homogenen Magnetfeld:

$$\underset{\text{Drehmoment}}{\vec{M}} = \oint \vec{r} \times d\vec{F} = \vec{m} \times \vec{B} \quad (\text{war: } \vec{M} = \vec{p} \times \vec{E})$$

$$\underset{\text{Energie}}{W} = -\vec{m} \cdot \vec{B} \quad (\text{war: } -\vec{p}\vec{E})$$

<u>Beispiele</u>
- Elektron im Atom: magn. „Bahnmoment"
- Erde: magn. Dipol $m = 10^{26}\,A \cdot m^2$ entspricht einem äquatorialen Strom von $10^{12}\,A$.

<u>Vektorpotential:</u>

$$\vec{E} = -\text{grad}\,\varphi\,; \quad \vec{B} = \text{rot}\,\vec{A}$$

$$\vec{A}(r_1) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint \frac{\vec{j}(\vec{r}_2)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}\, dV_2$$

<u>Kraft auf bewegte Ladung im Magnetfeld</u>

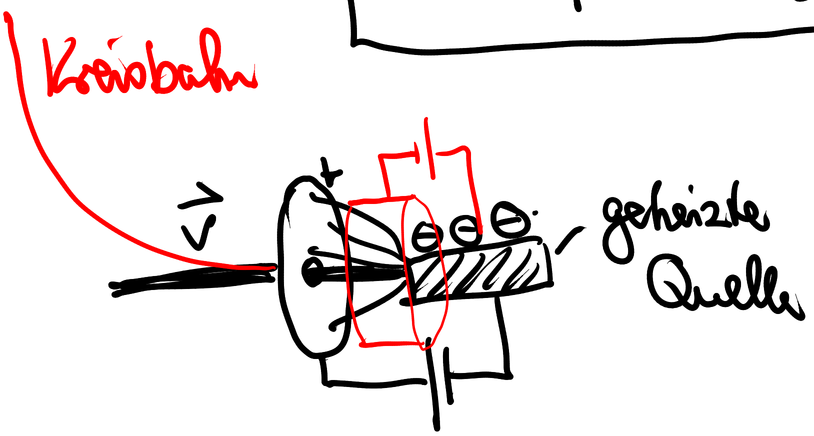
Positive Ladung q mit Geschwindigkeit $\vec{v}$ im Feld $\vec{B}$

$$\vec{F}/L = \vec{I} \times \vec{B} \rightsquigarrow \vec{F} = L \cdot \vec{I} \times \vec{B}$$

Strom, den eine positive Ladung darstellt:

$$q\cdot\vec v = \vec I\cdot L \qquad \left[C\cdot\frac{m}{s} = \frac{C}{s}\cdot m\right]$$

$$\boxed{\vec F = q(\vec v\times\vec B)}$$ Lorentz-Kraft



Versuch Fadenstrahlröhre

Wegen $\vec F \perp \vec v$ ändert sich nur die Richtung, nicht $|\vec v|$. Die kinetische Energie geladener Teilchen bleibt beim Durchfliegen magnetischer Felder unverändert.

Bahn freier Ladungen im Magnetfeld

Teilchen mit Ladung q im homogenen B

$$\vec F = q(\vec v\times\vec B)$$

$F = qvB$ wirkt als Zentripetalkraft für Kreisbahn mit Radius r:

$$qvB = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2\cdot r \qquad [\omega] = [1/s]$$

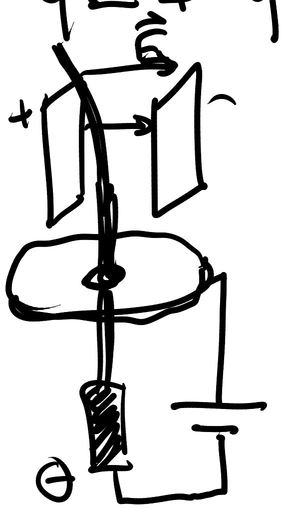
$$\omega = 2\pi\cdot f = v/r$$

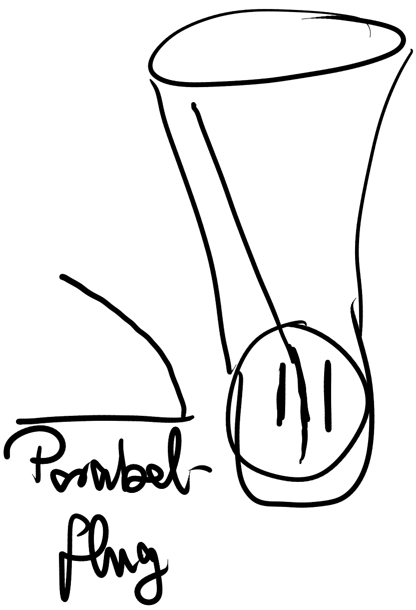
$qB = m\omega$ $\boxed{\omega = \frac{q}{m} B}$ Zyklotron-frequenz.

Teilchenbewegung auf Kreisbahn $\perp \vec{B}$ mit Kreisfrequenz ω.

Die Gesamtkraft auf eine bewegte Ladung ist also:

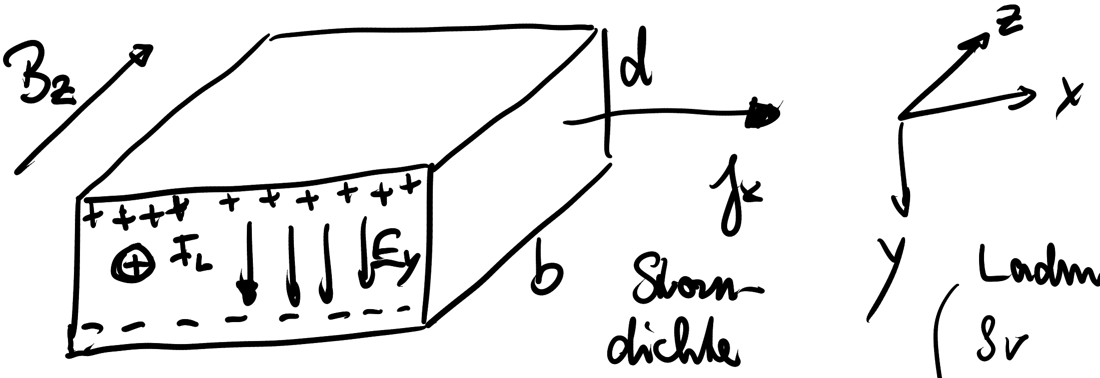
$$\vec{F} = q\vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B})$$





Der Hall-Effekt

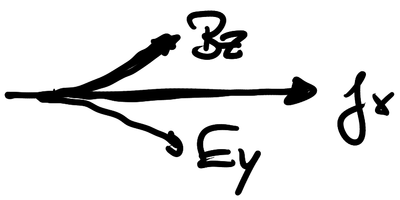
Ein Magnetfeld ändert die Verteilung der Ladungsträger in einem stromdurchflossenen Leiter.



Ladungsträgerdichte

Wir nehmen positive Ladungsträger an: $j_x = \overbrace{nq}^{\rho_v}v = \frac{I}{b\cdot d}$
und erhalten eine Kraft auf positive Ladungen nach oben $\rightsquigarrow$ elektrisches Feld. Im stationären Fall:

$$qvB_z + qE_y = 0$$



$\rightsquigarrow E_y = -vB_z$

(besser: $\vec{E} = +\vec{v}\times\vec{B}$)

Die Messung von E_y ergibt Größe und Vorzeichen der Driftgeschwindigkeit mit $E_y = \frac{U}{d}$ und $U = E_y\cdot d$
Hallspannung.

$$E_y = -\frac{j_x}{nq}\cdot B_z \rightsquigarrow n: \text{Ladungsträgerdichte}$$

$$U_y = -\frac{I}{nqb}\cdot B_z \quad \text{mit } j_x = \frac{I}{b\cdot d}$$

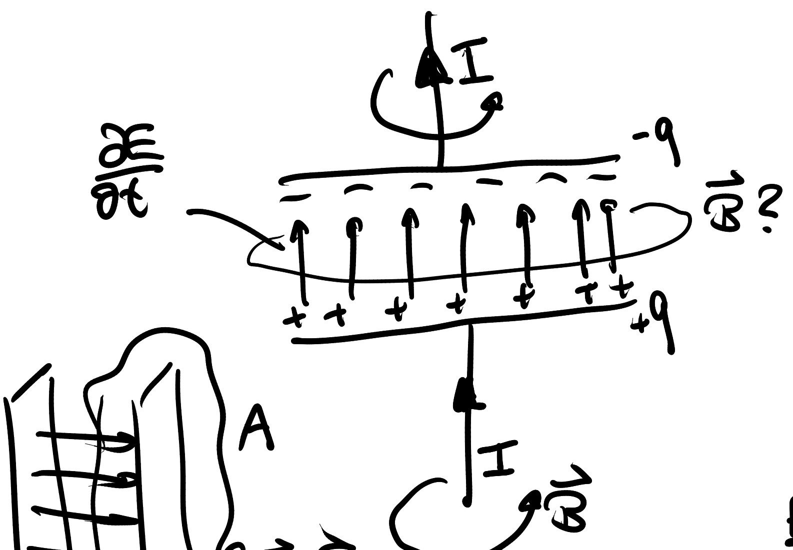
Metall	Trägerdichte n/cm^3	Zahl der Atome$/cm^3$
Na	$2{,}5 \cdot 10^{22}$	$2{,}6 \cdot 10^{22}$
K	1.5 —"—	1.3 —"—
Cs	0,8 —"—	0,85 —"—
Cu	11,0 —"—	8,4 —"—
Ag	7,4 —"—	6,0 —"—
Au	8,4 —"—	5,9 —"—

Verschiebungsstrom

Erweiterung des Ampère'schen Gesetzes:

$$\oint \vec{B}\, d\vec{s} = \mu_0 I + \; ? \quad \frac{\partial E}{\partial t}$$

ein sich änderndes elektrisches Feld $\partial E/dt$ hat ein Magnetfeld zur Folge.



$$\oiint \vec{E}\, d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$
$$E \cdot A = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Ein auf den Kondensator fließender Strom I hat ein sich änderndes E-Feld zur Folge:

$$E = \frac{q}{A\,\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \rightsquigarrow q = A\varepsilon_0 E$$

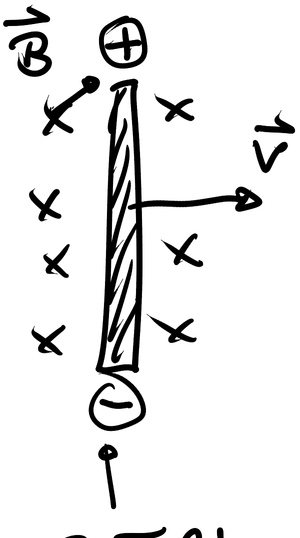
$$I = \frac{dq}{dt} = A\varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} = \underbrace{\varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \iint \vec{E}\, d\vec{A}}_{I}$$

I ist ein „Verschiebungsstrom" durch Aufbauen des Feldes im Kondensator

$$\leadsto \oint \vec{B}\, d\vec{s} = \mu_0 I + \underbrace{\mu_0 \varepsilon_0}_{= 1/c^2} \frac{\partial}{\partial t} \iint \vec{E}\, d\vec{A}$$

oder differentiell: $\boxed{\mathrm{rot}\, \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}$

Bewegte metallische Leiter im Magnetfeld



Kupferdraht bewegt sich $\perp \vec{B}$ und $\perp$ zu seiner Längsachse mit $\vec{v}$

$\Rightarrow$ Bewegliche Ladungen werden durch Lorentzkraft verschoben.

E-Feld: Elektromotorische Kraft (EMK) bzw. Pot.-differenz zwischen den Drahtenden.

$$qE + qvB = 0$$

Leiterlänge

$$\leadsto E = -vB \leadsto U = E \cdot l = -vBl$$