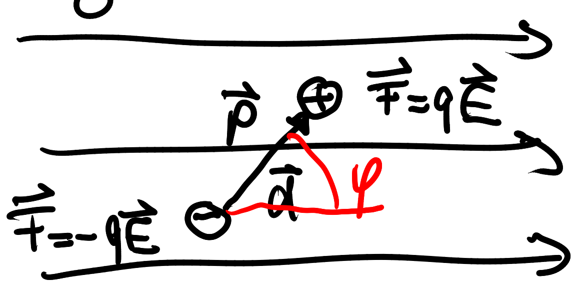
Elektrischer Dipol im elektrischen Feld

- homogener Fall



Kräftepaar: $\sum \vec{F} = 0$

aber Drehmoment:

$$\vec{M} = \vec{d} \times \vec{F} = \underbrace{q\vec{d}}_{\vec{p}} \times \vec{E})$$

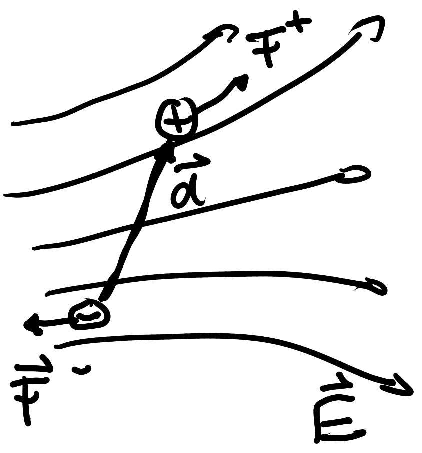
$$\boxed{\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}}$$

$$M = p \cdot E \cdot \sin\varphi$$

Potentielle Energie des Dipols:

$E_{pot} = -\vec{p} \cdot \vec{E}$: Ausrichtung $\vec{p} \parallel \vec{E}$ energetisch günstig.

- inhomogenes Feld



jetzt $\sum \vec{F} \neq 0$

Es wirkt neben dem Drehmoment auch eine Kraft, die den Dipol im Feld verschiebt.

$$\vec{F} = \vec{F}^+ + \vec{F}^-$$

$$F_x = q\,(E_x^+ - E_x^-) = q\,(\vec{d} \overset{\text{Skalarprod.}}{\cdot} \operatorname{grad} E_x) = \vec{p} \cdot \operatorname{grad} E_x$$

$$F_y = \ldots \qquad = \vec{p} \cdot \operatorname{grad} E_y$$

$$F_z = \ldots \qquad = \vec{p} \cdot \operatorname{grad} E_z$$

$$\rightsquigarrow \vec{F} = \vec{p} \cdot \operatorname{grad} \vec{E}.$$

Nach Ausrichten des Dipols im Feld wirkt die Kraft in Richtung des wachsenden Feldes;

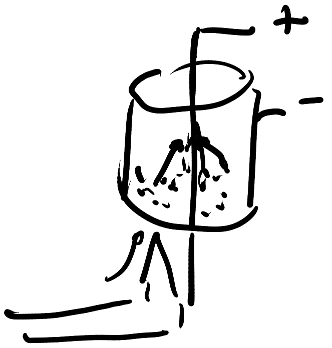
Induzierten Dipol: $F = p \operatorname{grad} E = \alpha E \cdot \operatorname{grad} E$

Polarisierbarkeit

$[\alpha] = \frac{\text{Dipolmoment}}{\text{Feldstärke}}$

Wegen $F \sim \alpha$ werden auch ungeladene Teilchen (z.B. Staub) im Feld abgelenkt.

→ elektrostatische Luftreinigung



Ammoniak + Salzsäure

→ NH_4Cl (fest, weiß, Nebel)

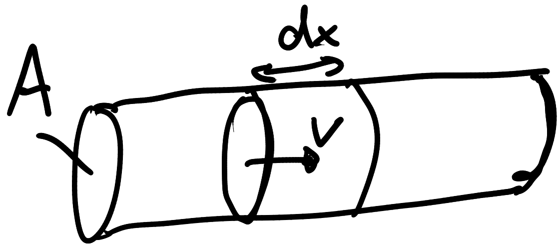
Der elektrische Strom

Elektrischer Strom = Fluß von elektr. Ladung

$$\text{Strom } I = \frac{\text{Ladungsmenge}}{\text{Zeitintervall}} = \frac{Q}{t} \text{ oder } I = \frac{dQ}{dt}$$

$$1 \frac{\text{Coulomb}}{\text{Sekunde}} = 1 \text{ Ampere } [A]$$

$$\text{Stromdichte: } j = \frac{I}{A} = \frac{\text{Strom}}{\text{Fläche}}$$



n: Zahl der Ladungen / Volumeneinheit

v: Geschwindigkeit (besser: mittlere Geschw. $\langle v \rangle$)

$$dQ = n \cdot q \cdot A \cdot dx$$
$$= nq \cdot A \cdot v \cdot dt$$

$$I = \frac{dQ}{dt} = \underbrace{nq}_{\text{Ladungsdichte } \rho} \cdot v \cdot A$$

$$j = \frac{I}{A} = nq \cdot v = \rho v$$

$$\boxed{\vec{j} = \rho \cdot \vec{v}}$$

Stromdichte.

Metallischer Leiter: Teil der Elektronen „quasi-frei" beweglich

→ „Ladungselektronen"

Beispiel: Kupferdraht mit $A = 1\,mm^2$ Querschnitt

Strom $20A$ $\quad \langle \vec{v} \rangle = ?$

im Cu: $1e^-/\text{Atom} \cdot 10^{23}\,El/cm^3 = 10^{29}\,\frac{El}{m^3} = n$

$$q = e = 1.6 \cdot 10^{-19}\,C$$

$$j = \frac{I}{A} = nq\langle\vec{v}\rangle \;\curvearrowright\; \langle v \rangle = \frac{I}{A \cdot n \cdot q}$$

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{20\,A\,m^3}{10^{-6}\,m^2 \cdot 10^{29} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C} \cong 1\,\frac{mm}{s}$$

$A \cdot s$

Elektrische Leitfähigkeit, Ohm'sche Gesetz

Bewegung unter dem Einfluß eines elektrischen Feldes:

Ohm'sches Gesetz: $\boxed{I = \frac{U}{R}}$

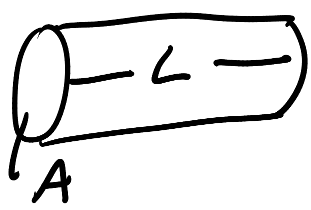
R: elektrische Widerstand

$$R = \frac{U}{I} = \frac{\text{Volt}}{\text{Ampere}} = \text{Ohm} = \Omega$$

bei konst. Temperatur $I \sim U$

wichtige Erkenntnis: $R \neq f(I)$

$$R = \rho \cdot \frac{L}{A}$$



spezifischer Widerstand $= f$(Material, Temp)

$[\Omega \cdot cm]$

[nicht verwechseln mit ρ = Ladungsdichte]

$I = U/R$ und $R = \rho \cdot L/A$ ~

$$\frac{I}{A} = \frac{1}{\rho}\cdot\frac{U}{L}$$

$$\boxed{\vec{j} = \sigma\cdot\vec{E}}$$

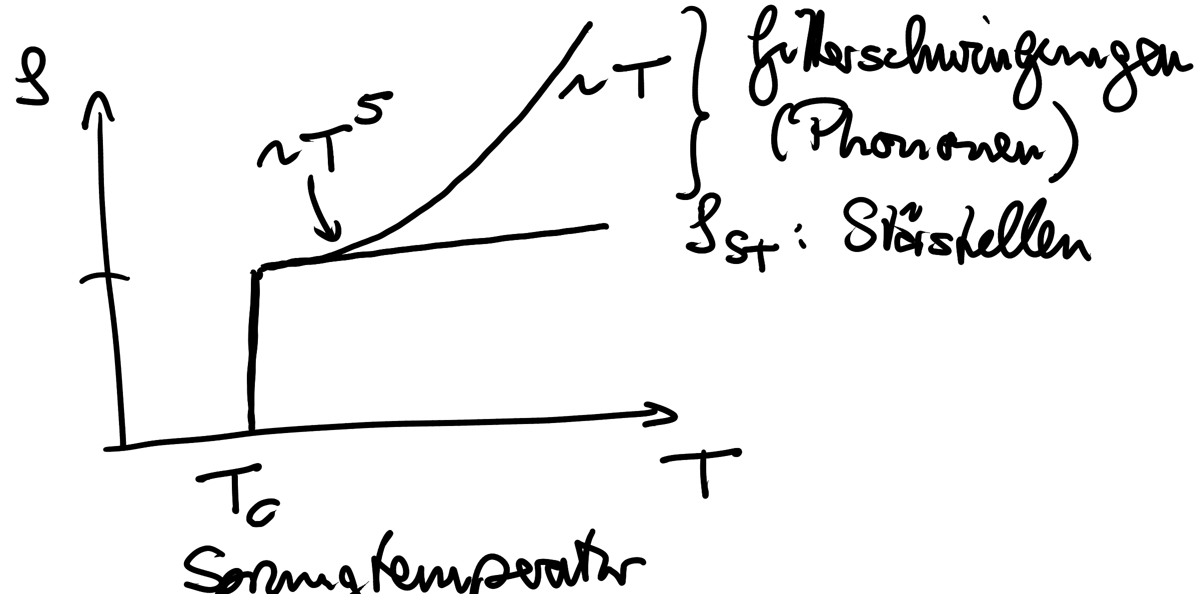
Ohm'sches Gesetz

$1/\rho = \sigma$ elektrische Leitfähigkeit

$$\left[\frac{S}{m}\right] = \frac{\text{Siemens}}{m}$$

$$[S] = \Omega^{-1}.$$

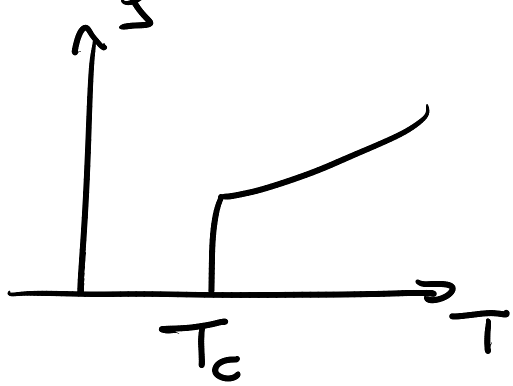
Metallische Leitung



Die Elektronen haben bei angelegtem äußeren Feld E eine mittlere Geschwindigkeit v. Der beschleunigenden Coulombkraft steht eine „Reibungskraft" durch Stöße gegenüber.

Supraleitung

Bei manchen Metallen und Legierungen verschwindet bei tiefen Temperaturen der el. Widerstand plötzlich ganz.



für $T < T_c$ „$\rho = 0$"

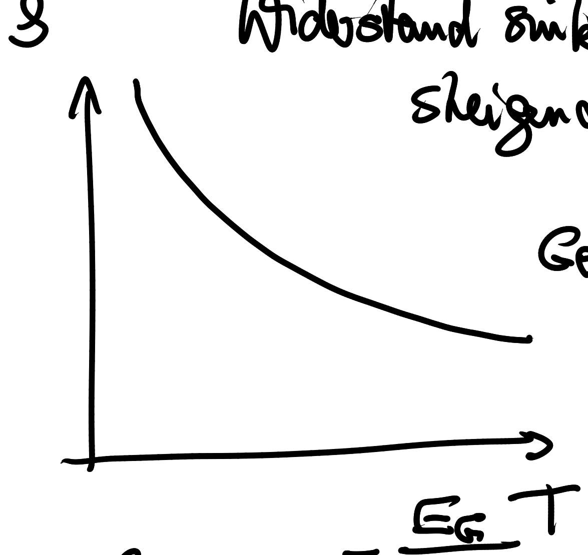
$T_c = 0.1 \ldots 23\,K$

$$\rho(\text{Supraleiter}) = 10^{-17}\,\rho(\text{Kupfer})$$

Unterschied zwischen Kupfer und einem guten Isolator.

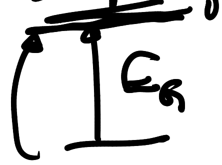
Nachweis: Abklingen von Ringströmen: 100 000 Jahre

Halbleiter:



Widerstand sinkt mit steigender Temperatur

Ge, Si, GaAs



Bandlücke

Ursache: $n = f(T) \sim e^{-\frac{E_G}{kT}}$

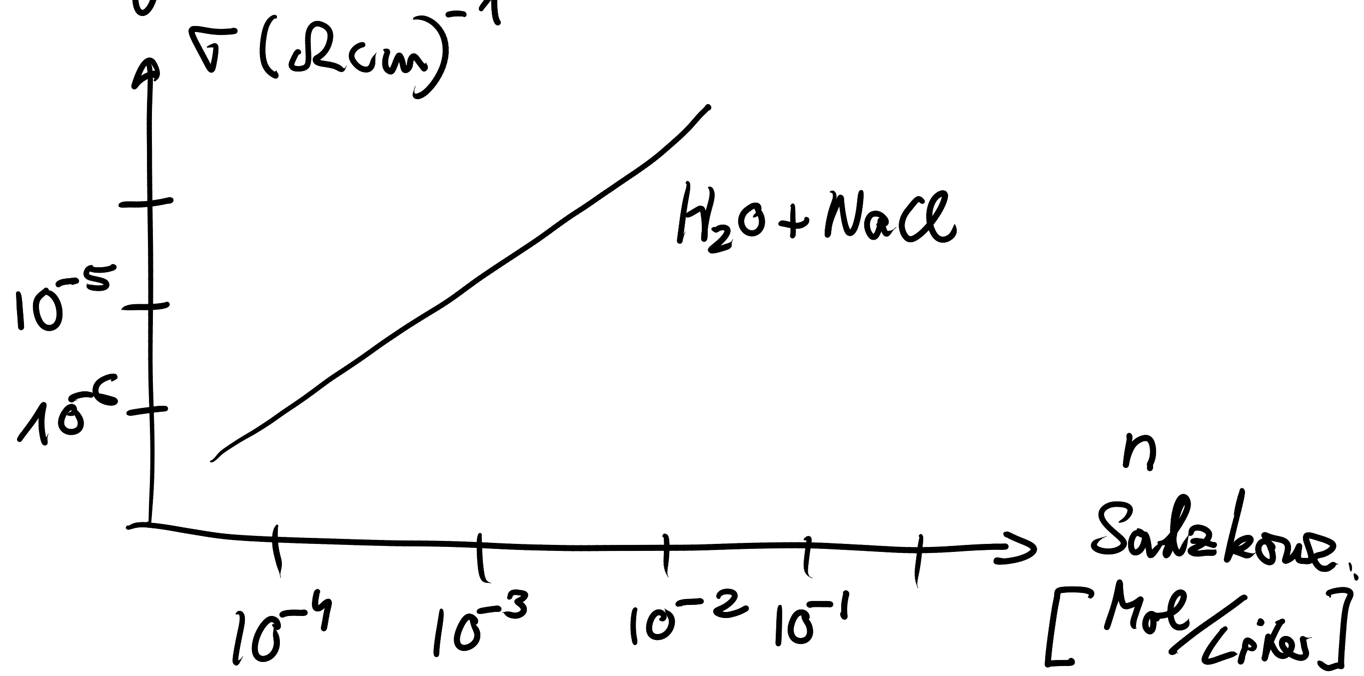
Ladungsträgerdichte nimmt mit T zu!

Ionenleitung in Elektrolyten

Strom durch Elektrolyten ist mit Materietransport verbunden:

positive Ionen (Kationen) wandern zur Kathode.
negative Ionen (Anionen) wandern zur Anode.
führt i. A. zu Niederschlag auf den Elektroden.

reines H_2O: keine Ladungsträger: σ klein
Lösungen von NaCl oder HCl: σ steigt



Sind positive und negative Ladungsträger beweglich:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \overbrace{z_+}^{2 \text{ bei } Mg^{2+}} n_+ e_0 \mu_+ + \overbrace{z_-}^{1 \text{ bei } Cl^-} n_- e_0 \mu_-$$

$$\sigma \underset{\uparrow}{=} z_+ n_+ e_0 (\mu_+ + \mu_-)$$

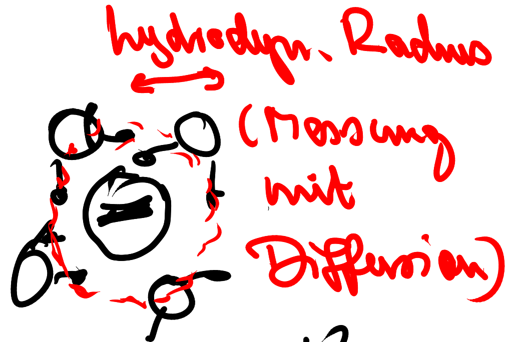
$z_+ n_+ = z_- n_-$: Ladungsneutralität (NaCl)

Wässriger Elektrolyt: Reibungskraft = Coulombkraft

$$6\pi\eta r v = z e_0 E$$

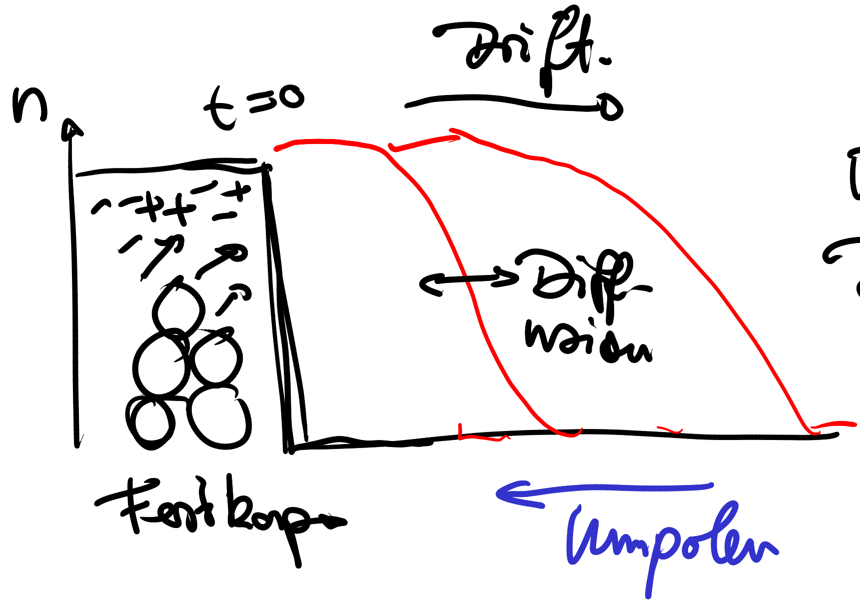
η: Viskosität (von Wasser)

r: hydrodyn. Radius des Ions *

*


$$\underset{\text{Mobilität}}{\mu} = \frac{v}{E} = \frac{z e_0}{6\pi\eta r} \approx 6\cdot 10^{-8}\,\frac{m/s}{V/m}$$

für einfache Ionen K^+, Na^+, Cl^- $(z=1)$



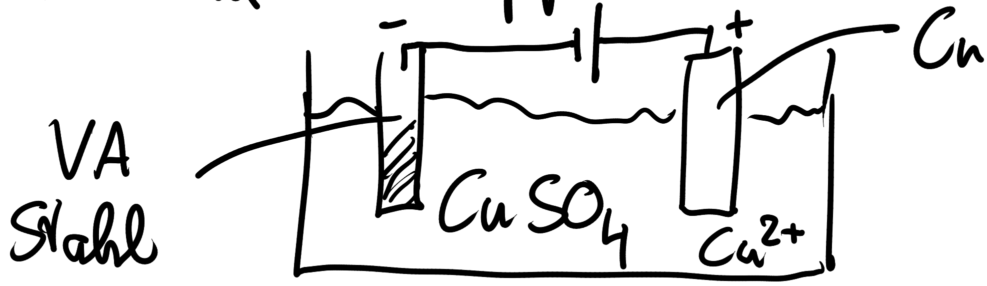
Überlagerung von Drift + Diffusion

Die Leitfähigkeit σ eines Elektrolyten nimmt mit wachsender Temperatur zu, bedingt durch

1) Abnahme der Viskosität η des Lösungsmittels
2) Zunahme des Dissoziationsgrades bzw. Abnahme gegenseitiger Behinderung von Kation und Anion.

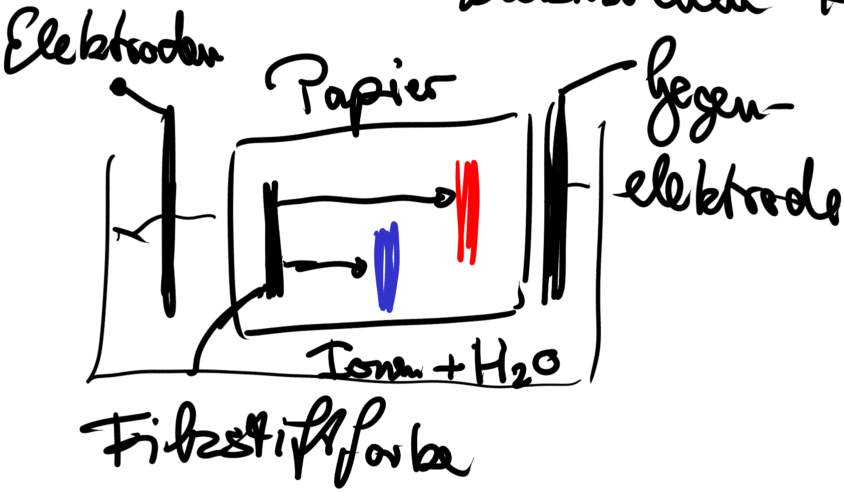
Materietransport

Versuch: Verkupfern einer Elektrode



↳ bekommt Cu Niederschlag

Anwendung: Trennung von Makromolekülen im elektrischen Feld: Elektrophorese



Gel: μ abh. von der Molekül-
größe.