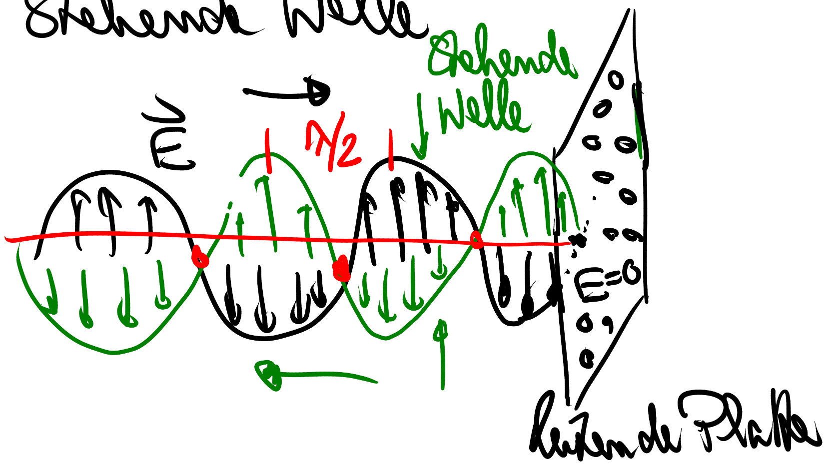
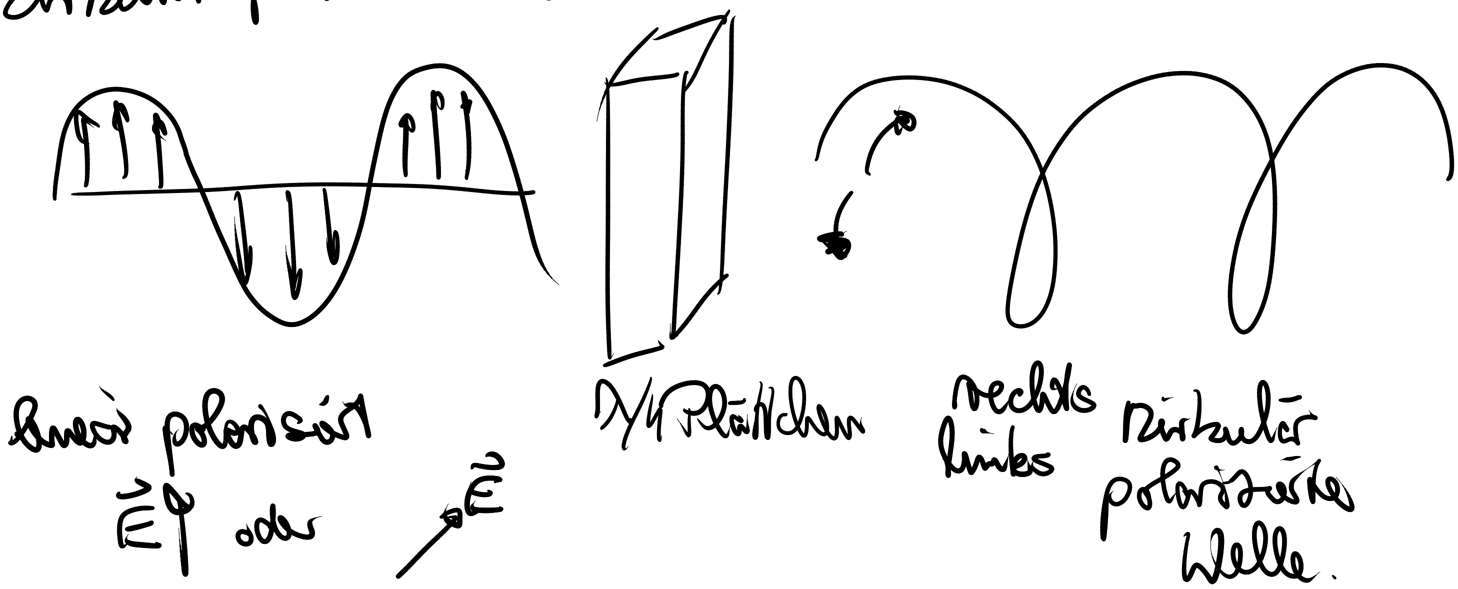
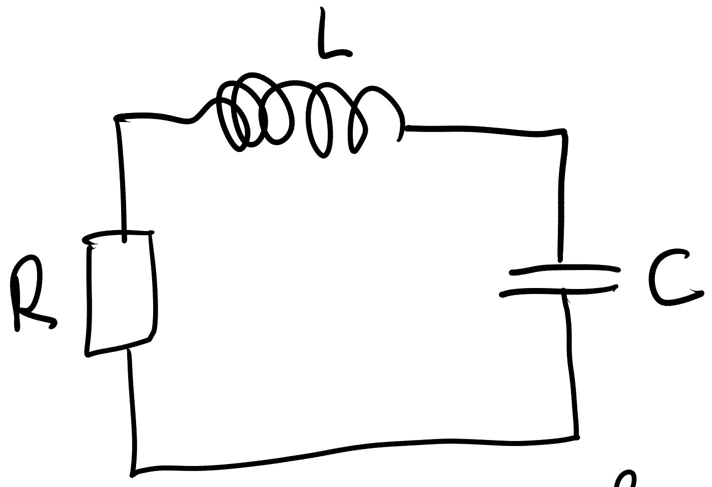
Stehende Welle



Zirkular polarisierte Welle



RLC-Stromkreis: Der elektrische Schwingkreis



$L = 480\,\text{Hy}$

$R = 300\,\Omega$

$C = 37\,\mu F$

$U_R = R \cdot I$ $\quad U_C = \frac{q}{C}$ $\quad U_L = -L\,\frac{dI}{dt}$

Kirchhoff'sche Maschenregel

$$-U_L + U_R + U_C = 0$$

$$L\frac{dI}{dt} + RI + q/C = 0 \quad \Big| \cdot \frac{d}{dt} \quad : L$$

$$\frac{d^2I}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dI}{dt} + \frac{1}{LC}\cdot I = 0$$

Analog: $$\frac{d^2x}{dt^2} + \underbrace{\frac{k}{m}}_{\text{Reibung}} \cdot \frac{dx}{dt} + \underbrace{\frac{D}{m}}_{\text{Rückstellkraft}} \cdot x = 0$$

Diff-gleichung für gedampften Oszillator

Lösung: $$I(t) = I_0 \, e^{-\beta t} \cos \omega_0 t$$

$$\beta = \frac{R}{2L} \leadsto \frac{1}{\beta} = 3.2s$$

(gemessen: 2,4s)

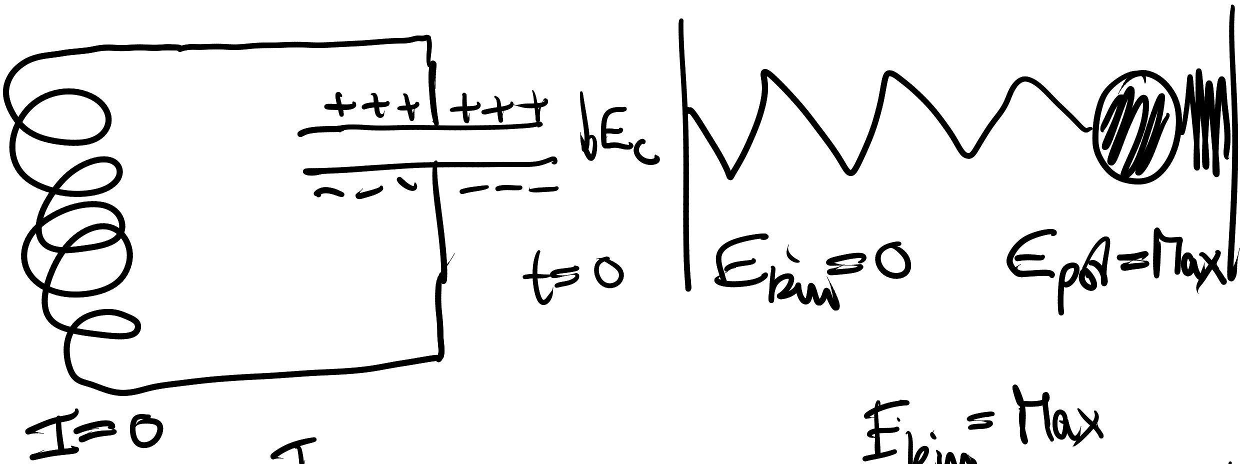
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \overset{!}{=} 2\pi f$$

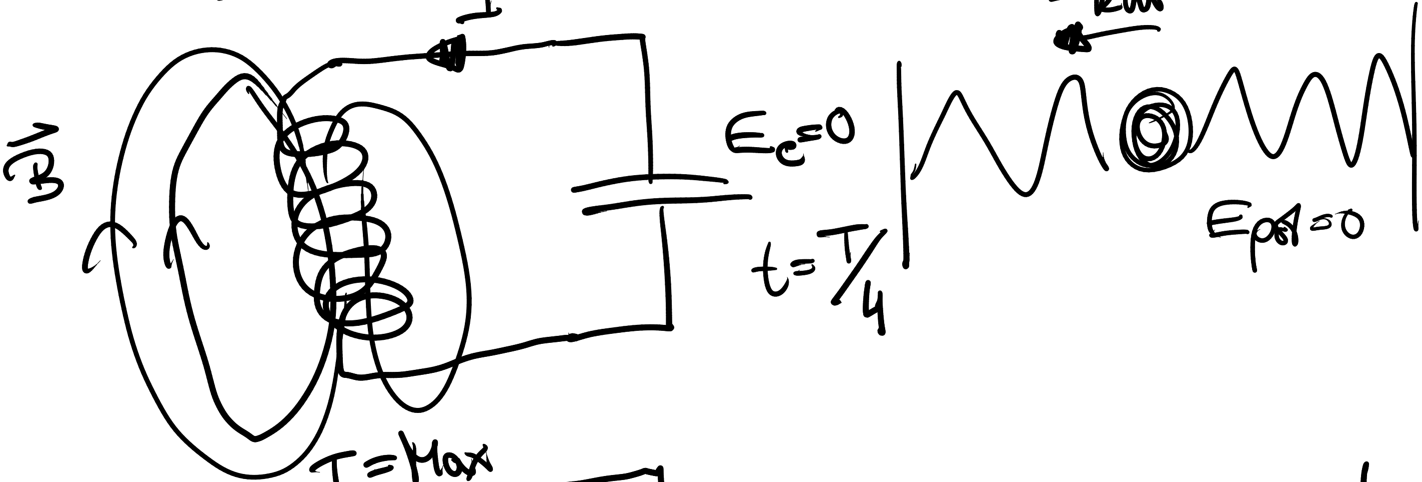
$$\frac{1}{T} = f \approx \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{LC}} = 1.2\,Hz$$

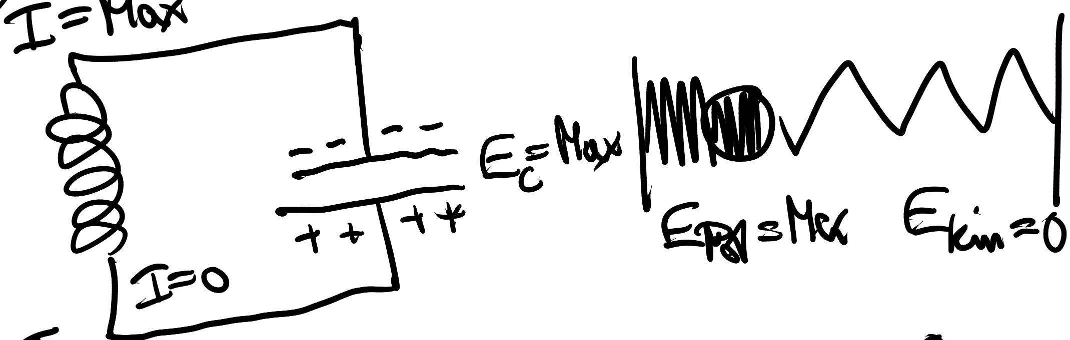
$\leadsto T = 0.85s$

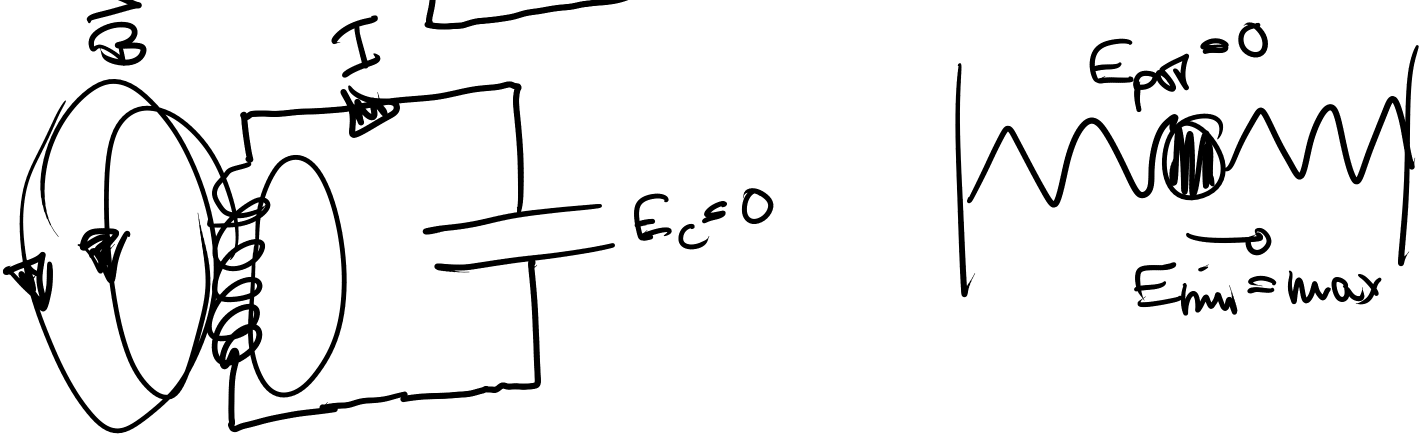
(gemessen 0,88s)

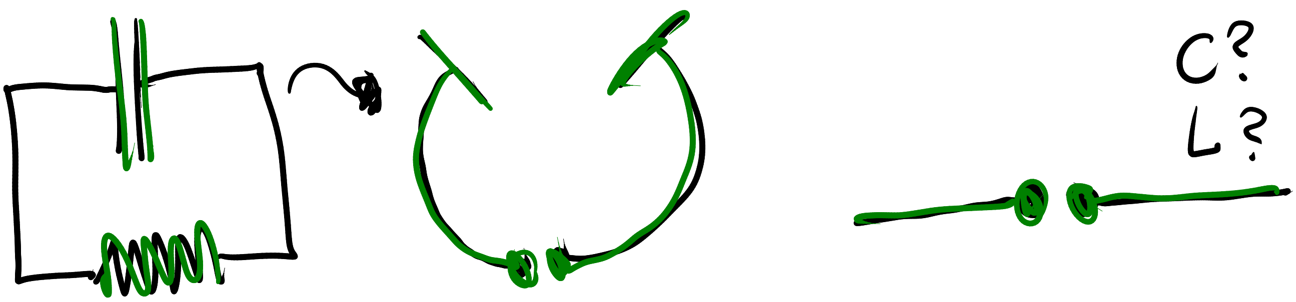
$\Rightarrow$ Analog zum mechanischen Pendel.


+++ +++
--- ---
E_c
t=0
$E_{kin}=0$
$E_{pot}=Max$
I=0


$E_{kin}=Max$
I
$\vec{B}$
$E_c=0$
$t=T/4$
$E_{pot}=0$
I=Max

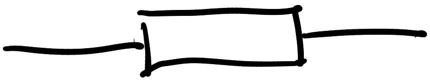

-- ---
++ ++
$E_c=Max$
I=0
$E_{pot}=Max$
$E_{kin}=0$


$\vec{B}$
I
$E_{pot}=0$
$E_c=0$
$E_{kin}=max$

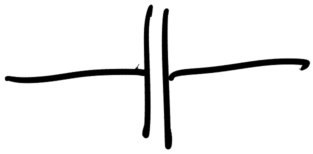

C?
L?

Herleitung aus Energiesatz

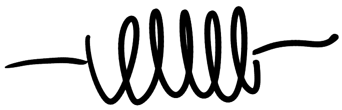
$$\sum_{\text{Energie}} W = \text{const} \xrightarrow{\dot{} \,=\, d/dt} \sum \dot W = 0 \quad \left(\text{Leistung} = 0\right)$$



Joule'sche Wärme $\dot W = \underbrace{U\cdot I}_{U = IR} = I^2 \cdot R = \dot Q^2 \cdot R$



Änderung von E: $\dot W = \frac{d}{dt}\frac{Q^2}{2C} \underset{\text{Kettenregel}}{=} \frac{Q}{C}\cdot \dot Q$



Änderung von B: $\dot W = \frac{d}{dt}\frac{L\dot Q^2}{2} = L\dot Q \cdot \ddot Q$

⤳ Teilen durch $\dot Q$ gibt $\dot Q$, $\ddot Q$ und Q-Terme aus Energieerhaltung dieselbe Gleichung.

⤳ Ableiten ergibt $I, \dot I, \ddot I$ wie zuvor.

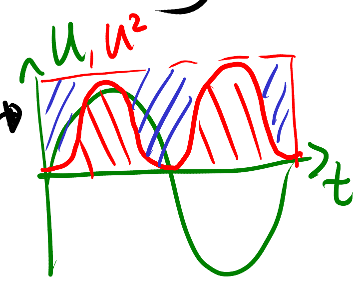
Gütefaktor

$$Q = 2\pi \cdot \frac{\text{gespeicherte Energie}}{\text{in einer Periode abgegebene Energie}}$$

am Beispiel Schwingkreis:

- gespeicherte Energie $W = \frac{LI^2}{2}$ $(W_C = 0)$
- abgegebene Energie in Periode:

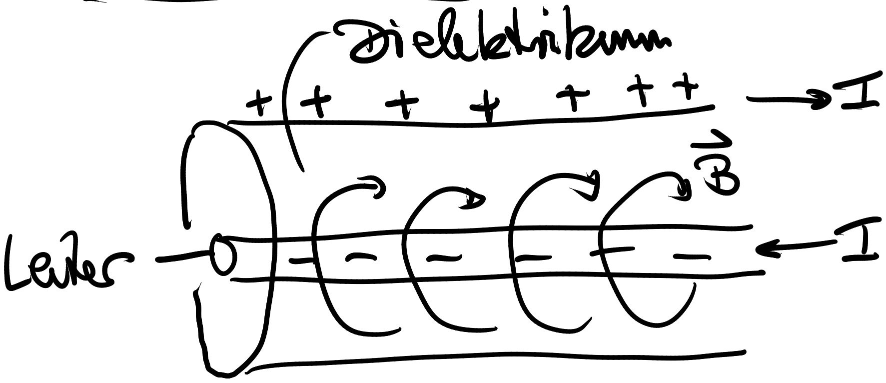
$$\dot W \cdot T \approx \frac{RI^2}{2}\cdot T$$



$$Q = 2\pi \cdot \frac{\cancel{2}\cdot L I^2}{\cancel{2}\cdot R I^2\, T} = 2\pi \frac{L}{RT} = 11{,}7$$

Ausbreitung elektrischer Wellen in Leitern

Koaxialkabel



↳ keine Induktion von außen

→ Rauscharm.

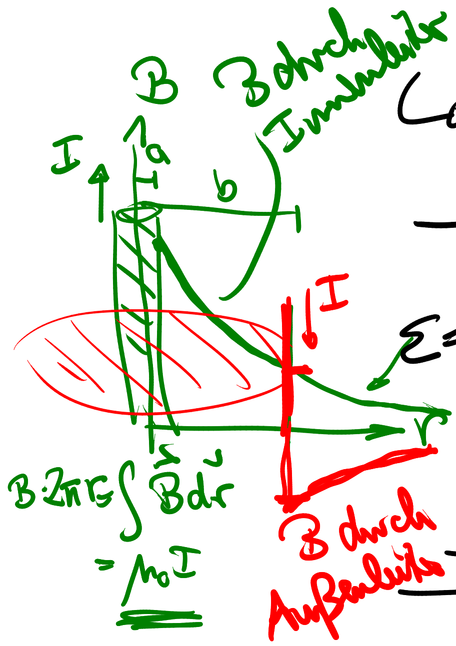
a) Kapazität

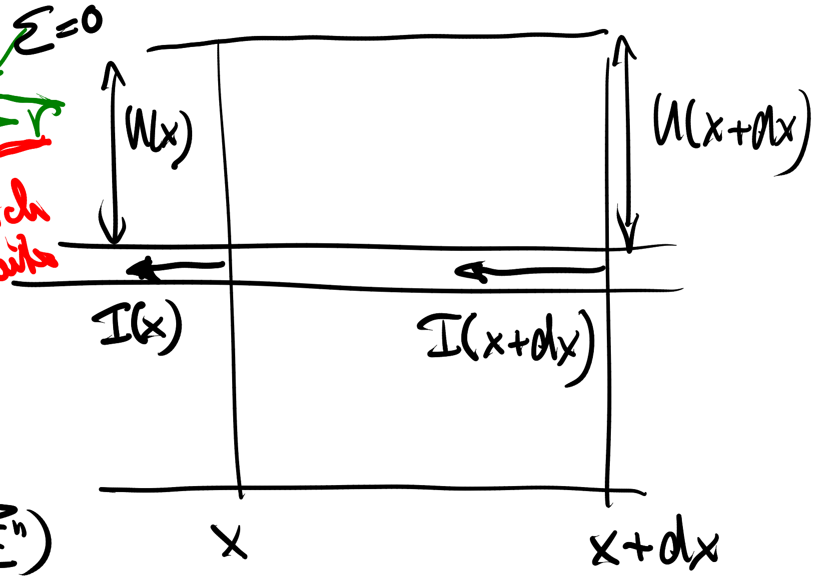
b) Induktivität

Beide wird auf Länge normiert:

$C = C_0/\ell$

$L = L_0/\ell$





Spannung ($\vec{E}_\parallel$)

$$dU = -\underbrace{L\,dx}_{L_0} \frac{\partial I}{\partial t} \rightsquigarrow \frac{\partial U}{\partial x} = -L \frac{\partial I}{\partial t} \quad \Big| \cdot \frac{\partial}{\partial t} \quad (*)$$

$\cdot \frac{\partial}{\partial x}$

Induktionsspannung

L_0: Induktivität

L: —"— pro Länge

Strom („$\vec{B}$")

$$-dI = +d\left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right) = +C\cdot dx\cdot\frac{\partial U}{\partial t}$$

$$\frac{d}{dt}\left[Q = CU\right] \qquad C = \text{const.}$$

$$\frac{\partial I}{\partial x} = -C\frac{\partial U}{\partial t} \quad \Big| \; \frac{\partial}{\partial x} \quad (**) \quad \frac{\partial}{\partial t}$$

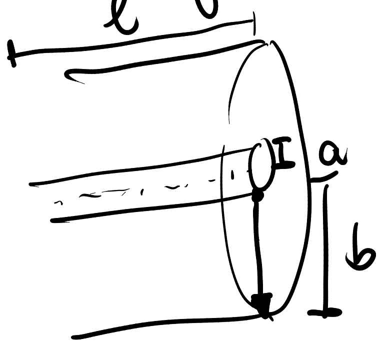
Gleichsetzen (*) + (**)

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = LC\cdot\frac{\partial^2 I}{\partial t^2}$$: Wellengleichung für I

bzw. mit anderen Ableitung

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = LC\cdot\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}$$: Wellengleichung für U.

Wellengleichung mit Ausbreitungsgeschwindigkeit von $v = \frac{1}{\sqrt{L\cdot C}}$.



Zylinderkondensator:

$$C_0 = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{\underbrace{\int \vec{E}\,dr}_{\frac{\text{Kraft}\cdot\text{Weg}}{\text{Ladung}}}} = \frac{Q}{\int_a^b \frac{Q}{l\cdot 2\pi\varepsilon_0\varepsilon r}\,dr}$$

$$C_0 = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}{\ln b/a}\cdot l = \overbrace{100\,pF}^{C}\cdot 1m$$

Leitungsinduktivität:

$$L_0 = l \cdot \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln b/a = 2.5 \cdot 10^{-7}\, Hy \cdot 1m$$

B-Feld im Innern.

$$L \cdot C = \varepsilon \varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{V^2} = \frac{\varepsilon}{c^2} \sim V = \sqrt{\varepsilon}^{-1} \cdot c \approx \frac{2}{3} c_0$$

Messung

Verlauf U und I im Koaxkabel

Beispiel: $\boxed{U \sim \sin(\underbrace{\omega}_{2\pi f} t - \overbrace{k}^{2\pi/\lambda} x)}$

$$\dot{U} \sim \cos(\omega t - kx) \sim -\frac{\partial I}{\partial x}$$

$$\sim \frac{\partial I}{\partial x} \sim -\cos(\omega t - kx)$$

$$\boxed{I \sim \sin(\omega t - kx)}$$

I und U einer Welle im Koaxkabel sind phasengleich.